

TRANSICIONES DE FASE EN LOS MATERIALES FERROMAGNETISMOS

M. J., LUCANO^a, M., RAMIREZ^b

- ^a Físico, Ph.D.; Universidad Mayor de San Simón; Docente Investigador, Cochabamba, Bolivia; mj lucano@yahoo.com
^b Físico, Ph.D.; Universidad Mayor de San Andrés; Docente Investigador, La Paz, Bolivia; mravila@fiumsa.edu.bo

RESÚMEN

En este artículo se revisa la clasificación de los materiales magnéticos con respecto al comportamiento de la magnetización. También se aplica la teoría de Landau del campo medio a las transiciones de fase en los materiales ferromagnéticos en la temperatura de Curie T_C y se encuentran los exponentes críticos característicos de las magnitudes magnéticas: magnetización, campo magnético y susceptibilidad magnética. Finalmente se comparan estos valores encontrados con aquellos calculados a través de otras teorías o medidos experimentalmente.

Palabras clave: Materiales magnéticos, Transiciones de Fase, Teoría de Landau

1. INTRODUCCIÓN

Los materiales pueden tener momentos dipolares magnéticos intrínsecos, o pueden tener momentos dipolares magnéticos inducidos en ellos, debido a la aplicación de un campo magnético externo. En presencia de un campo magnético de inducción, los dipolos magnéticos elementales, ya sean permanentes o inducidos, actuarán para establecer por ellos mismos, un campo de inducción que modificará el campo original. Los efectos magnéticos en materiales se originan en minúsculas corrientes eléctricas asociadas al movimiento de los electrones en sus órbitas atómicas o el giro (espín), de los mismos.

2. TIPOS DE MAGNETISMO

i) Diamagnetismo.

Este tipo manifiesta susceptibilidad magnética negativa ($\chi_m < 0$), es decir que la magnetización esta en dirección opuesta al campo de inducción. El origen del diamagnetismo es la *Ley de Lenz*. Un material diamagnético perfecto, tal como un superconductor, excluye todo flujo de su exterior de modo que $\mathbf{B} = \mathbf{0}$ y $\chi_m = -1$. En materiales diamagnéticos, las numerosas corrientes en el interior de un átomo (o ion) se neutralizan, por lo que dejan un momento magnético nulo para el átomo en conjunto, en ausencia de un campo magnético externo. Como ejemplos de

materiales diamagnéticos, se pueden mencionar al cobre, el polietileno, etc.

ii) Paramagnetismo.

Este tipo manifiesta susceptibilidad magnética positiva ($\chi_m > 0$). En estas substancias, el momento magnético dipolar de los átomos, tiende a alinearse en la dirección del campo aplicado en él. Cada átomo posee un momento magnético neto, pero sus orientaciones al azar dan por resultado una magnetización neta igual a cero para un grupo de átomos sin la presencia de un campo magnético. Ejemplos de materiales paramagnéticos son: el dióxido de uranio UO_2 , óxido nítrico gaseoso NO , átomos que poseen un número impar de electrones, etc.

Debido a que la energía es menor cuando el momento magnético dipolar es paralelo al campo que cuando es antiparalelo, se prefiere el alineamiento paralelo. La tendencia de los momentos magnéticos a alinearse con la dirección del campo es contrarrestada por el movimiento térmico que tiende a hacer aleatorias las direcciones de los dipolos magnéticos. Por lo tanto la susceptibilidad es dependiente de la temperatura y su valor está determinado por la intensidad relativa de la energía térmica kT y la energía de interacción magnética. Se espera que la susceptibilidad decrezca con el incremento de temperatura y, con base en

ello, Curie encontró, para campos pequeños y temperaturas no muy bajas que: $\chi = C/T$ donde C es una constante positiva característica del material paramagnético. Esta es la llamada *Ley de Curie* [1].

iii) Ferromagnetismo.

Es la presencia de una magnetización espontánea en los materiales aún en la ausencia de un campo de inducción externo. La causa de la intensa magnetización en algunos materiales está en la alineación espontánea de momentos magnéticos de átomos adyacentes dentro de un dominio. El ferromagnetismo corresponde a la alineación paralela. Si ocurre la cancelación entre dominios cercanos, la magnetización global puede ser nula. Algunos materiales ferromagnéticos son el hierro, níquel, cobalto, gadolinio, disprosio, seis elementos de tierras raras y muchas aleaciones. Sus respuestas a un campo magnético es alrededor de 10^9 veces mayor que la correspondiente a sustancias ordinarias.

La magnetización espontánea varía con la temperatura. La magnetización es un máximo para $T = 0$ K y cae a cero para una temperatura T_c , llamada *Temperatura de Curie*. A temperaturas mayores que T_c los materiales se hacen paramagnéticos y tienen una susceptibilidad magnética que está dada por la relación $\chi = C/(T - T_c)$ que es una modificación de la Ley de Curie para materiales paramagnéticos y es llamada *Ley de Curie - Weiss* en la cual χ no está definida para temperaturas menores que T_c , y donde el material tiene una magnetización permanente.

iv) Antiferromagnetismo.

En un metal como el Cromo hay tantos momentos que apuntan en una dirección como los que apuntan en la dirección opuesta, lo que produce una cancelación exacta, de manera que el material no tiene momento magnético neto. A este comportamiento se lo llama antiferromagnético. El MnO_2 es un ejemplo de material antiferromagnético, en él las fuerzas de interacción entre átomos adyacentes tienen orientaciones de espín antiparalelas, por tanto, estos materiales muestran un magnetismo externo muy pequeño.

v) Ferrimagnetismo.

Corresponde a la alineación antiparalela de los momentos magnéticos. Este tipo de magnetismo

resulta del acoplamiento antiparalelo de momentos magnéticos atómicos, pero es comparable en magnitud al ferromagnetismo, en el que sí interviene el acoplamiento paralelo. Estos materiales son como los antiferromagnetos, aunque en este caso, los átomos alternos llevan distintos momentos magnéticos. En consecuencia, los momentos no se cancelan entre sí, con lo que hay una intensidad residual de magnetización. La clase más importante de materiales ferrimagnéticos, es la magnetita Fe_3O_4 (óxido de hierro o ferrita). Se representan generalmente por la fórmula química $\text{MO Fe}_2\text{O}_3$ donde M representa a Mn, Co, Ni, Cu, Mg, Zn o Cd; obsérvese que si M es Fe, resulta el compuesto anterior Fe_3O_4 (magnetita). Las ferritas son cristales que tienen conductividad eléctrica pequeña comparada con los materiales ferromagnéticos.

3. MAGNETIZACION DE LOS MATERIALES FERROMAGNETICOS

Para comprender la existencia de una magnetización remanente, hay que admitir la existencia de fuerzas moleculares muy intensas, que dominan sobre el efecto de desorientación térmica (al menos para $T < T_c$). Si se calculase clásicamente (o incluso cuánticamente) las fuerzas de interacción puramente electromagnéticas entre los átomos de Fe se encontraría algo muy pequeño.

La naturaleza de las interacciones que orientan los espines de los átomos en la red es de origen puramente cuántico (fuerzas de intercambio). El cristal real de hierro está constituido por dominios magnéticos (Figura 1). En cada uno de ellos todos los espines son paralelos, pero los dominios vecinos tienen orientaciones de magnetización diferentes (el primero que postuló la existencia de dominios fue Weiss en 1907 [2,3]). El límite o frontera entre dos dominios, llamado *pared de Bloch*, es una región de unos 10 \AA de ancho, en la cual la dirección de magnetización cambia gradualmente de un dominio a otro.

Las dimensiones de los dominios son del orden de 10^{-8} a 10^{-12} m^3 y contienen alrededor de 10^{17} a 10^{21} átomos. La dirección de magnetización de un dominio depende de la estructura cristalina de la sustancia. Por ejemplo en el hierro, cuyos cristales son esencialmente cúbicos, las direcciones de fácil magnetización están a lo largo de los tres ejes del cubo.

Entonces, por compensación, el campo magnético B en el exterior del cristal es nulo: es un estado energéticamente más favorable (a pesar del trabajo que hay que proporcionar para crear una frontera entre dos dominios).

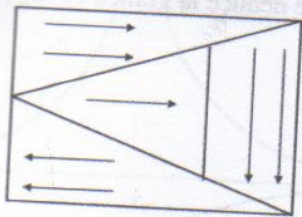


Figura 1. Representación de los dominios magnéticos.

Cuando se aplica un campo, la orientación de los espines en el sentido de H se torna más favorable. Los dominios orientados en el buen sentido se agrandan a expensas de los otros. En la saturación todo el cristal está constituido de un dominio único.

La curva de magnetización típica de los materiales ferromagnéticos se denomina histéresis (Figura 2), en donde se observan la magnetización de saturación (M_s), magnetización remanente (M_R) y el campo coercitivo (H_c).

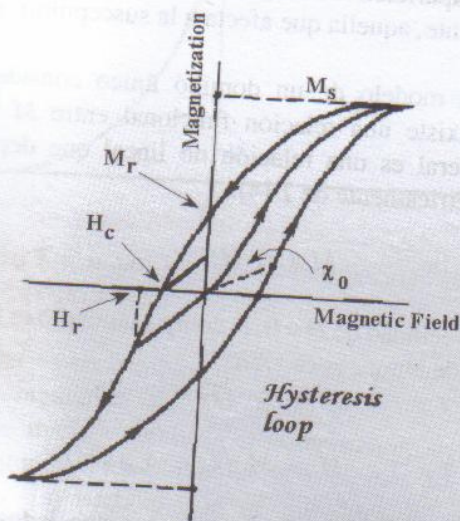


Figura 2. Histéresis de un material ferromagnético.

La curva de histéresis puede ser comprendida si tomamos en cuenta la interacciones de los dominios, cuando se aumenta H para aumentar M se vencen "obstáculos" (rotación de los momentos de magnetización, movimiento de las paredes de dominio, imperfecciones del material, etc.). Cuando se aumenta el campo, estos obstáculos son vencidos

por la energía proporcionada por el campo, pero cuando este se elimina los defectos impiden que las paredes de dominios vuelvan a su posición anterior. A pesar del carácter idealizado, se adoptará este modelo para la discusión que sigue.

4. EFECTO DE LA TEMPERATURA EN LOS MATERIALES FERROMAGNÉTICOS

Se constata experimentalmente que cuando la temperatura aumenta, la curva de magnetización cambia (Figura 3) [1]

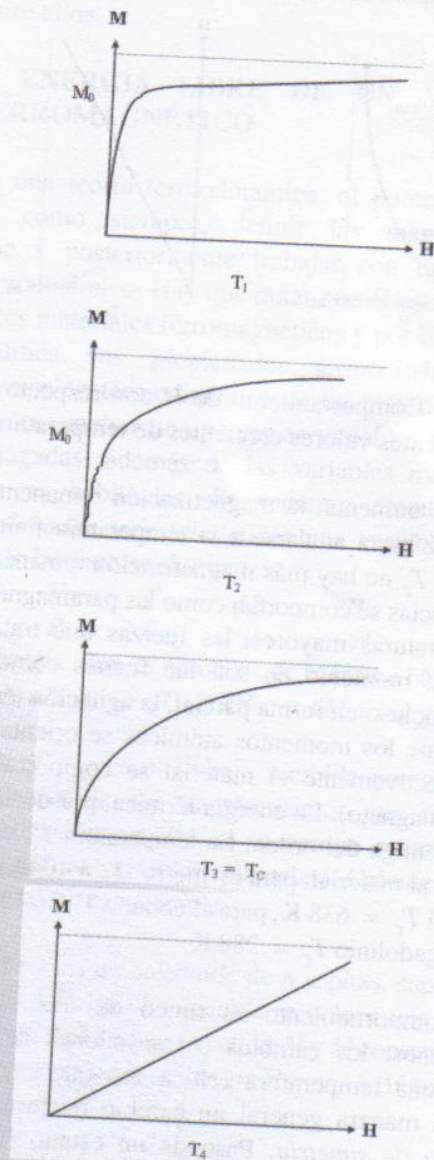


Figura 3. Comportamiento de M con respecto a H para valores de temperatura creciente para materiales ferromagnéticos.

También se puede representar la curva en el sentido inverso $H = H(M)$ (Figura 4):

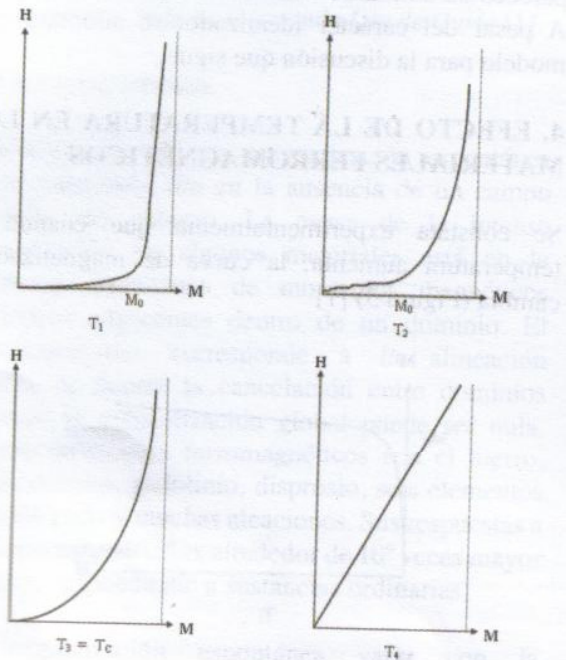


Figura 4. Comportamiento de H con respecto a M para diferentes valores crecientes de temperatura.

Cuando T aumenta, la magnetización remanente M_0 disminuye hasta anularse a la temperatura finita T_c . Para $T > T_c$ no hay más magnetización remanente, y las sustancias se comportan como las paramagnéticas. A temperaturas mayores, las fuerzas que tratan de alinear al momento no son tan fuertes como para vencer, incluso en forma parcial, la agitación térmica, con lo que los momentos atómicos se orientan a la azar (efectivamente el material se comporta como un paramagneto). La energía térmica, por decirlo así, es la enemiga del orden. La temperatura T_c varía de acuerdo al material, para el hierro $T_c = 1043$ K, para el níquel $T_c = 638$ K, para el cobalto $T_c = 1348$ K y para el gadolinio $T_c = 288$ K.

Este comportamiento es típico de una clase de fenómenos: los cambios o transiciones de fase y T_c es una temperatura crítica. Lo que caracteriza de una manera general un cambio de fase es una ruptura de simetría. Paso de un estado (fase) de alta simetría a una fase de menor simetría cuando T disminuye, en nuestro caso paso de una fase *isótropa*, a una fase *anisótropa* (donde existe una dirección privilegiada, M) en la ausencia de campo H . El grado

de simetría es medido por un parámetro de orden, que tiene la propiedad de ser idénticamente nulo en la fase ordenada. En este caso, es la magnetización remanente (en $H = 0$), así M_0 que juega el rol de parámetro de orden. En efecto, a partir de las figuras precedentes se deduce la gráfica de M_0 en función de T (Figura 5).

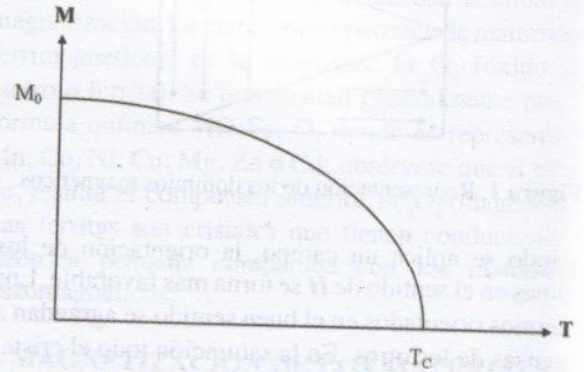


Figura 5. Comportamiento de la magnetización remanente con la temperatura (T_c : Temperatura de Curie).

El paso a través del punto de Curie representa un cambio brusco e importante de las propiedades del sistema. Aquél se manifiesta microscópicamente por la aparición de singularidades, siendo la más interesante, aquella que afecta a la susceptibilidad.

Para el modelo de un dominio único considerado aquí, existe una relación funcional entre M y H , en general es una relación no lineal que depende paraméricamente de T [4]:

$$M = \Phi(H; T) \tag{1}$$

En la vecindad de $H=0$, el comportamiento es lineal, se puede entonces escribir:

$$T > T_c: M = \chi_m(T) H + \dots \tag{2}$$

$$T < T_c: M = M_0(T) + \chi_m(T) H + \dots \tag{3}$$

Entonces se puede definir de los dos lados de la transición:

$$\chi_m = \left(\frac{\partial M}{\partial H} \right)_{H \rightarrow 0} \tag{4}$$

Se ve entonces, por las figuras precedentes; que en $T = T_c$, la curva $M = M(H)$ es tangente al eje de las M en el origen. Entonces:

$$\chi_m(T_c) = \infty \tag{5}$$

El comportamiento de χ_m es el que se muestra en la Figura 6:

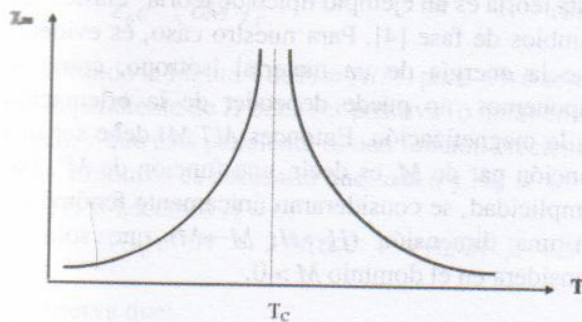


Figura 6. Comportamiento de χ_m a la temperatura crítica para materiales ferromagnéticos.

Aun hay otras magnitudes que tienen un comportamiento singular en el punto crítico: por ejemplo la capacidad calorífica presenta una discontinuidad finita (Figura 7).

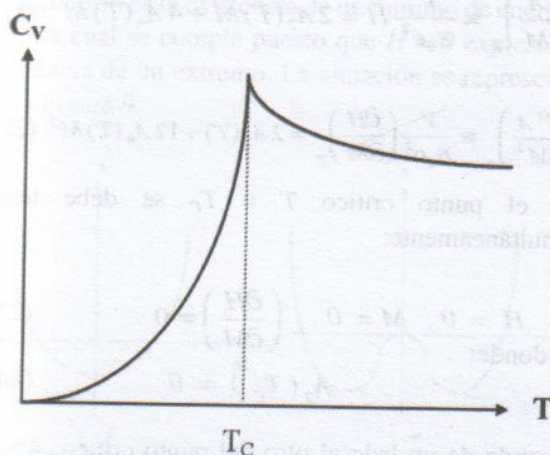


Figura 7. Comportamiento de la capacidad calorífica con respecto a la temperatura.

Una teoría de cambios de fase debe poder explicar esas singularidades. Ella debe describir también de una manera detallada el comportamiento de las magnitudes interesantes en la vecindad del punto crítico. En particular si se introduce la variable adimensional θ (temperatura reducida):

$$\theta = \frac{T - T_c}{T_c} \quad (6)$$

Se quiere saber:

- Cómo M_0 tiende a cero para $T < T_c$; es decir $\theta < 0$ (Figura 5)

$$M_0(\theta) \sim (-\theta)^{-\beta} \quad \theta < 0 \quad (7)$$

- Cómo la susceptibilidad tiende al infinito (Figura 6)

$$\begin{aligned} \chi_m(\theta) &\sim \theta^{-\gamma} & \theta > 0 \\ \chi_m(\theta) &\sim \theta^{-\gamma} & \theta < 0 \end{aligned} \quad (8)$$

- Cómo se comporta $H = H(M)$ en el punto crítico $\theta = 0$ (Figura 4)

$$H \sim M^\delta \quad \theta = 0 \quad (9)$$

Los exponentes β , γ y δ son los exponentes críticos y un problema de física estadística es determinar el valor de estos exponentes, o al menos relaciones entre ellos.

5. ENERGÍA LIBRE DE UN MATERIAL FERROMAGNÉTICO

En una teoría termodinámica, el punto de partida es, como siempre, definir las magnitudes de base y posteriormente trabajar con un potencial termodinámico. Hay que notar que el campo penetra en los materiales ferromagnéticos y por consiguiente modifica sus propiedades termodinámicas. La descripción termodinámica de un material tal debe entonces incluir una pareja de variables magnéticas conjugadas, además de las variables mecánicas y térmicas habituales. Se tomarán entonces como *coordenadas termodinámicas* una variable en cada una de las parejas siguientes:

$$\begin{array}{cccc} V & T & M & B \\ P & S & \mu & H \end{array}$$

La energía libre es entonces de la forma [4].

$$dA = -S dT - p dV + \mu dM + d\zeta_{mag} \quad (10)$$

Donde $d\zeta_{mag}$ es el trabajo recibido por el sistema en el curso de una transformación que cambia su magnetización en dM , o su campo magnético en dB (según las variables utilizadas). Calculemos este trabajo en un caso simple.

Consideremos un solenoide de n espiras, superficie Σ y longitud L . En el solenoide se coloca una muestra ferromagnética (supuesta sólida: V y M constantes). En el solenoide se tiene un campo $H = nI / L$ (Figura 8).

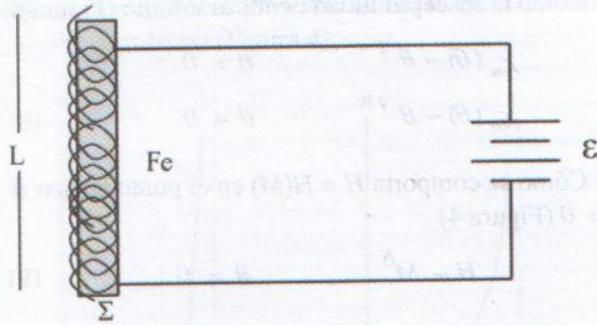


Figura 8. Solenoide por el que pasa una corriente nI .

Si se conecta una batería (generador), aquello provoca una variación de B y por lo tanto una f.e.m. de inducción:

$$\mathcal{E}_{ind} = -\dot{\phi}_B = -n \Sigma \dot{B}, \quad (11)$$

la Ley de Ohm nos dice entonces que:

$$RI = \epsilon + \mathcal{E}_{ind} \quad \epsilon = RI + n \Sigma B, \quad (12)$$

durante un tiempo dt pasa por la batería una carga $dq = I dt$, entonces la batería proporciona un trabajo:

$$d\zeta = \epsilon I dt = R I^2 dt + n I \Sigma B dt = \frac{R I^2 dt}{RI} + V \underline{H} \cdot d\underline{B} \quad (13)$$

(ya que $nI = H$).

Este trabajo es en parte disipado (efecto Joule, 1^{er} término) y en parte almacenado como energía magnética (2^{do} término). Entonces:

$$d\zeta_{mag} = V \underline{H} \cdot d\underline{B}, \quad (14)$$

$$dA = -S dT - p dV + \mu dM + V \underline{H} \cdot d\underline{B}. \quad (15)$$

Los términos segundo y tercero se anulan ya que dV y $dM=0$. Para lo que sigue, es más cómodo considerar M como variable independiente en lugar de B .

Como $H = \epsilon_0 c^2 B - M$, para $dH=0$, se tiene:

$$d\underline{B} = \frac{1}{\epsilon_0 c^2} d\underline{M} \quad (16)$$

y

$$dA = \frac{V}{\epsilon_0 c^2} \underline{H} \cdot d\underline{M} - S dT \quad (17)$$

Para procesos a masa y volumen constantes:

$$A = A(T, M) \quad (18)$$

$$\frac{\epsilon_0 c^2}{V} \left(\frac{\partial A}{\partial M} \right)_T = H \quad (19)$$

6. TEORÍA DE LANDAU

Esta teoría es un ejemplo típico de teoría "clásica" de cambios de fase [4]. Para nuestro caso, es evidente que la energía de un material isotrópico, como lo suponemos, no puede depender de la orientación de la magnetización. Entonces $A(T, M)$ debe ser una función par de M , es decir, una función de M^2 . Por simplicidad, se consideraran únicamente fenómenos en una dimensión ($\underline{H} \rightarrow H$, $\underline{M} \rightarrow M$) que solo se considera en el dominio $M > 0$.

Si se hace una localización en la vecindad del punto de Curie, se puede intentar representar la energía libre por un desarrollo en serie de Taylor:

$$A(T, M) = A_0(T) + A_2(T) M^2 + A_4(T) M^4 + \dots \quad (20)$$

Consideremos también las derivadas:

$$\left(\frac{\partial A}{\partial M} \right)_T \equiv \frac{V}{\epsilon_0 c^2} H = 2A_2(T) M + 4A_4(T) M^3 \quad (21)$$

$$\left(\frac{\partial^2 A}{\partial M^2} \right)_T \equiv \frac{V}{\epsilon_0 c^2} \left(\frac{\partial H}{\partial M} \right)_T = 2A_2(T) + 12A_4(T) M^2 \quad (22)$$

En el punto crítico $T = T_C$ se debe tener simultáneamente:

$$H = 0, \quad M = 0, \quad \left(\frac{\partial H}{\partial M} \right) = 0 \quad (23)$$

de donde:

$$A_2(T_C) = 0 \quad (24)$$

Pasando de un lado al otro del punto crítico, $A_2(T)$ cambia de signo: $A_2 > 0$ para $T > T_C$ y $A_2 < 0$ para $T < T_C$. En cambio, los coeficientes $A_0(T)$, $A_4(T)$ no se anulan en $T = T_C$.

Se puede intentar ahora representar estos coeficientes por series de Taylor alrededor de $T = T_C$, ó $\theta = 0$, solo reteniendo el término dominante:

$$\begin{aligned} A_0(\theta) &= A_0(0) + \dots \approx A_0 \\ A_2(\theta) &= \alpha \theta \\ A_4(\theta) &= A_4(0) + \dots \approx A_4 \end{aligned} \quad (25)$$

Reuniendo todos estos resultados se escribe, para T en la vecindad de T_C :

$$A \approx A_0 + \alpha \theta M^2 + A_4 M^4 \quad (26)$$

$$(V/\epsilon_0 c^2) H = 2\alpha \theta M + 4A_4 M^3 \quad (27)$$

$$\frac{V}{\epsilon_0 c^2} \left(\frac{\partial H}{\partial M} \right)_T = 2\alpha\theta + 12A_4 M^2 \quad (28)$$

Observando la Figura 4 de $H = H(M)$ para $\theta > 0$ se ve que la pendiente de H debe ser positiva (o nula) en el origen, y que esta pendiente es una función creciente de M . Entonces es necesario que: $\alpha > 0$ y $A_4 > 0$.

En (27) si hacemos $H = 0$:

$$(V/\epsilon_0 c^2)H = 2M(\alpha\theta + 4A_4 M^2). \quad (29)$$

Se observa que:

- Para $\theta > 0$: se tiene una única solución real: $M = 0$
- Para $\theta < 0$: se tienen dos soluciones reales (≥ 0):

$$M = 0, \quad M = \sqrt{\frac{\alpha}{2A_4}}(-\theta) \quad (30)$$

Para este caso se debe definir cuál es la solución correcta. Recordemos que la condición termodinámica de equilibrio es la existencia de un mínimo de energía libre la cual se cumple puesto que $H = 0$ expresa la existencia de un extremo. La situación se representa en la Figura 9:

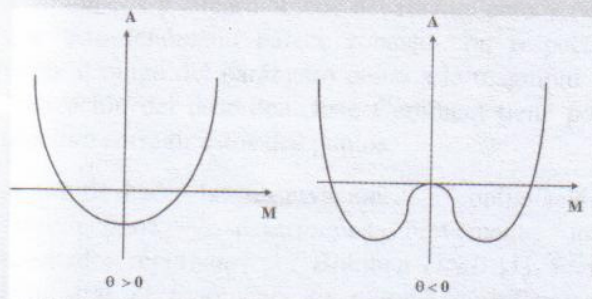


Figura 9. Puntos críticos de la energía libre, para distintos valores de θ .

Así, por debajo de T_C , la solución $M = M_C \neq 0$ representa la solución de equilibrio estable. Esta teoría simple da cuenta de la aparición de una magnetización remanente $\neq 0$ para $T < T_C$. Además esta hace la predicción:

$$M_0 = C(-\theta)^{1/2}. \quad (31)$$

De donde el índice crítico β :

$$\beta = 1/2. \quad (32)$$

Se encuentran fácilmente los otros índices críticos. Para $\theta > 0$, $H = 0$ implica que $M = 0$. Entonces, omitiendo la ecuación (28), omitiendo el factor $V/\epsilon_0 c^2$ da:

$$\lim_{H \rightarrow 0} \left(\frac{\partial M}{\partial H} \right) = \lim_{M \rightarrow 0} \frac{1}{2\alpha\theta + 12A_4 M^2} = \frac{1}{2\alpha\theta} \quad (33)$$

entonces:

$$\chi_m(T) = \frac{B}{T - T_C}, \quad T > T_C \quad (34)$$

y

$$\gamma = 1 \quad (35)$$

Se tiene entonces, para $T > T_C$, una ley del tipo Curie, como para los paramagnetos.

Para $\theta < 0$: $H \rightarrow 0$ implica que $M \rightarrow M_0 = C(-\theta)^{1/2}$, con lo que:

$$\begin{aligned} \lim_{H \rightarrow 0} \left(\frac{\partial M}{\partial H} \right) &= \lim_{M \rightarrow M_0} \frac{1}{2\alpha\theta + 12A_4 M^2} \\ &= \frac{1}{-2\alpha + 12A_4 - \theta} \end{aligned} \quad (36)$$

entonces:

$$\chi_m = \frac{B'}{T_C - T}, \quad T < T_C \quad (37)$$

$$\gamma = 1 \quad (38)$$

Para obtener δ , consideremos la ecuación (27) en $\theta = 0$:

$$H = (\epsilon_0 c^2 / V) 4A_4 M^3 \quad (39)$$

de donde:

$$\delta = 3. \quad (40)$$

7. LA HIPÓTESIS DE LA LEY DE ESCALA

La teoría clásica de Landau da cuenta cualitativamente de los principales aspectos del cambio de fase ferromagnético, por medio de una teoría simple. Sin embargo, los aspectos cuantitativos no son satisfactorios. Sin entrar en una discusión larga, mencionemos que Onsager, en 1944, llegó a resolver exactamente el problema del cálculo estadístico de las propiedades termodinámicas de un modelo (en dos dimensiones) que simula la interacción ferromagnética. Los valores de los exponentes críticos que él encontró son muy diferentes de los valores clásicos. Posteriormente se ha podido resolver otro modelo (en tres dimensiones) exactamente, y se han encontrado también otros valores. La contradicción con estos modelos exactamente solubles es seria por

que estos últimos representan sistemas lógicamente coherentes. Por fin, los valores experimentales (difíciles de encontrar con una precisión suficiente) son también diferentes. Un resumen de los valores encontrados se muestra en la Tabla 1 [5].

MODELO	β	γ	δ
Clásico (Landau)	1/2	1	3
Ising-Onsager (2D)	1/8	7/4	15
Esférico (3D)	1/2	2	5
Ni (experimental)	0,51 - 0,33	1,35 - 1,29	4,2
CrBr ₃ (experimental)	0,368	1,215	--

Tabla 1. Valores de los exponentes críticos de los modelos de transición de fase en los materiales ferromagnéticos.

Un hecho es remarcable a propósito de estos índices críticos. Si se toman los índices de las tres primeras líneas, a pesar de ser completamente diferentes, ellos obedecen a una misma relación:

$$\gamma = \beta(\delta - 1). \quad (41)$$

Si se tienen otros índices que los discutidos aquí se descubren aun otras relaciones de este tipo. Ellos sugieren que solo hay dos índices críticos independientes; los otros son entonces determinables en términos de los dos primeros.

En 1965, Widom mostró como se podría modificar la teoría clásica de Landau para que de cuenta de estos hechos. Su teoría era empírica, pero ella ha abierto una vía a ulteriores investigaciones que han conducido a un gran progreso de la física estadística de los cambios de fase.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] A.P. Guimarães, *Magnetism and Magnetic Resonance in Solids*, John Wiley, New York, 1998.
- [2] B.D. Cullity, *Introduction to Magnetic Materials*, Addison-Wesley, Reading, 1972.
- [3] S. Chikazumi, S.H. Charap, *Physics of Magnetism*, Krieger Pub Co, June 1978.
- [4] L. D. Landau, E. M. Lifshitz, *Electrodinámica de los medios continuos*. Editorial Reverté, 1975.
- [5] R. Balescu, *Equilibrium and Nonequilibrium Statistical Mechanics*. Krieger Pub Co, 1991.