

# COMPLEJIDAD: UNA CIENCIA EMERGENTE

G. Marcelo Ramírez-Ávila<sup>1\*</sup>, Sorge A. Oporto-Almaraz<sup>1,2\*\*</sup>, Gabriela Conde-Saavedra<sup>1</sup>, Stéphanie Depickère<sup>1</sup>, Roy O. E. Bustos-Espinoza<sup>1</sup>, Verónica Subieta-Frías<sup>1</sup>, Zui A. Oporto-Almaraz<sup>1</sup>, Fernando Vera-Hurtado<sup>3</sup>, Jimmy Santamaría<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Instituto de Investigaciones Físicas, Universidad Mayor de San Andrés.

<sup>2</sup> Carrera de Ciencias Químicas, Universidad Mayor de San Andrés.

<sup>3</sup> Instituto de Investigación Matemática, Universidad Mayor de San Andrés.

Autores correspondientes: \* [mravila@fiumsa.edu.bo](mailto:mravila@fiumsa.edu.bo), \*\* [soporto@fiumsa.edu.bo](mailto:soporto@fiumsa.edu.bo)

**RESUMEN.** Se dan los conceptos esenciales acerca de la ciencia de la Complejidad, así como las herramientas y el lenguaje que se utiliza en la misma. Se hace una revisión a algunos artículos relacionados con el tema. Finalmente, se hace una reseña histórica acerca del estudio de fenómenos no lineales en Bolivia y la situación actual en cuanto a las investigaciones que se están realizando en este campo, en nuestro país.

**Palabras claves:** complejidad; sistemas dinámicos; dinámica no lineal; sincronización; caos.

## 1. INTRODUCCIÓN

La visión de un mundo “armónico y ordenado” evocado por ciertas corrientes filosóficas y por muchas de las religiones ha sido desde mucho tiempo atrás cuestionada por pensadores y científicos que basados en sus observaciones de la naturaleza veían que, si bien existen estructuras ordenadas, también hay muchos procesos que no parecen seguir ningún orden subyacente. Desde luego, para no caer en especulaciones y dogmas, los científicos siempre han tratado de llegar a la esencia de los fenómenos que estudian y en esos intentos pretenden responder a la pregunta del *¿por qué?* ocurre tal o cual fenómeno. No siempre se tiene la gloria de poder dar la respuesta adecuada, pero en cada uno de esos intentos se procede de manera racional y utilizando lo que se denomina el *método científico*.

La Física ha experimentado una gran revolución a comienzos del siglo XX con el establecimiento de la Teoría Especial de la Relatividad y de la Mecánica Cuántica; la primera de ellas establece una unificación entre la Mecánica Clásica con la Electrodinámica Maxwell, en tanto que la segunda posibilita la descripción de los objetos microscópicos de la naturaleza, tales como los átomos. De esa misma época, se deben destacar los trabajos del físico austriaco Ludwig Boltzmann quien introduce el concepto estadístico de entropía como un indicador del desorden de un sistema, además de las bases de los fundamentos de la Mecánica Estadística del Equilibrio como una suerte de teorización de la Termodinámica que hasta entonces tenía un carácter netamente fenomenológico; es decir, con base en experimentos. También se deben poner en relieve el trabajo de Albert Einstein acerca del movimiento Browniano, que luego se constituiría en la base de la Mecánica Estadística del No Equilibrio y de la Teoría de Procesos Estocásticos; el de Théophile de Donder sobre la irreversibilidad en Termodinámica y el de un gran científico francés llamado Henri Poincaré, quien da las bases de lo que hoy se conoce como la Teoría del Caos, al estudiar el *problema de los tres cuerpos*. Posteriormente, en la ex Unión Soviética, surgieron varios grupos de investigación en aspectos tanto teóricos como experimentales en lo que a

Dinámica No Lineal se refiere, tocando temas tales como la Teoría de Oscilaciones y en consecuencia abordando aspectos tales como las teorías de estabilidad, bifurcación y sincronización. Por otra parte, el interés de científicos de la talla de Schrödinger por los aspectos concernientes a la vida, constituyeron el caldo de cultivo para que la Biofísica pueda surgir como una parte de la Física y no como una extensión de la Fisiología. Es así que cuando ahora nos referimos a la Biofísica, lo hacemos desde la perspectiva que esta se ocupa de los sistemas biológicos en todos sus niveles, desde los atómicos y moleculares, pasando por los celulares hasta llegar a los biotopos que albergan las poblaciones de seres vivos en interacción entre ellos y el medio ambiente. De esa forma, este campo de la Física, se divide de manera natural en Biofísica molecular, celular y de sistemas complejos [1].

En el transcurso del siglo XX, la Dinámica No Lineal comenzó a ser estudiada por diferentes escuelas científicas tanto en Europa occidental como oriental y en los Estados Unidos. En los años 60 del siglo pasado, Edward Lorenz propone un sistema de ecuaciones diferenciales no lineales, base de un modelo meteorológico, que hoy en día constituye un modelo paradigmático del caos [2]. En el último tiempo, la Dinámica No Lineal ha experimentado un notable avance y ha trascendido a una gran variedad de disciplinas a través de lo que se conoce como la ciencia de la Complejidad.

## 2. COMPLEJO Y COMPLICADO

A menudo sucede que el significado de algunos términos científicos, no coincide con el que se tiene para el lenguaje común. Un ejemplo típico de ello es el significado de trabajo en la vida cotidiana que está relacionado con una actividad ya sea física o mental que conduce a la ejecución de una determinada obra. Sin embargo, desde el punto de vista físico, el concepto de trabajo implica la existencia de una fuerza que actúa sobre un sistema que provoca un desplazamiento del mismo; así, se toma como sistema a un bus de transporte urbano que hace un recorrido de ida y vuelta, volviendo exactamente al mismo lugar del que partió, el trabajo realizado por este bus (desde una visión meramente mecánica) es nulo puesto que al final del proceso no hubo un desplazamiento neto. Una situación análoga ocurre cuando se habla de términos tales como *caos*, *complejo* y *complicado*. En muchos diccionarios se encuentra incluso que complejo es sinónimo de complicado. A continuación, se considerará una clasificación de *sistemas dinámicos* basada en el número de grados de libertad<sup>1</sup> y en el grado de linealidad o no linealidad<sup>2</sup> de los mismos. El número de grados de libertad está ligado al número de constituyentes del sistema que tenderá a ser complicado a medida que este número crece. Sin embargo, el hecho de que un sistema sea complicado no necesariamente significa que el mismo sea complejo. En la Fig. 1 se muestra un gráfico en el que se toman el número de grados de libertad y el grado de linealidad para definir si un sistema es complejo y/o complicado. En este gráfico, y solamente con fines ilustrativos, se identifican regiones en las cuales se mencionan algunos sistemas dinámicos

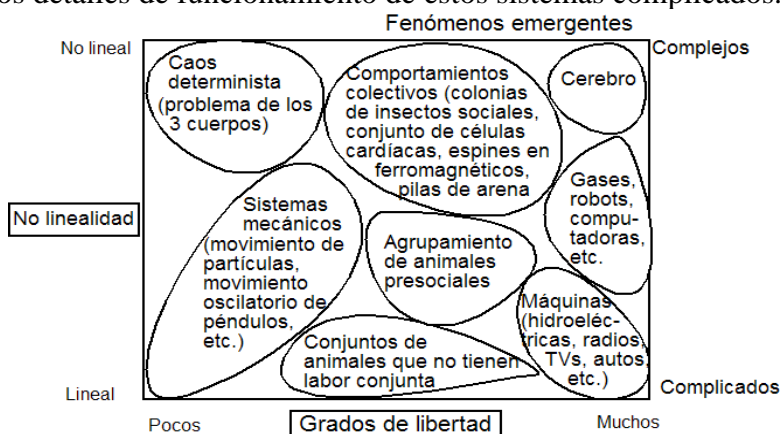
---

<sup>1</sup> Formalmente hablando, el número de grados de libertad de un sistema, es el número de variables que son necesarias y suficientes para describir completamente un sistema dinámico; asimismo, se puede indicar que el número de grados de libertad es el número de coordenadas independientes que se requieren para especificar completamente la posición de todas y cada una de las partículas componentes del sistema.

<sup>2</sup> La linealidad está ligada con el concepto de que “el todo es la suma de las partes”, en tanto que en la no linealidad, no se cumple lo anterior y se consideran aspectos cooperativos en el sistema.

y su posición aproximada en el gráfico propuesto para mostrar las diferencias entre un sistema complejo y otro complicado. Evidentemente, para la determinación de si un sistema es complejo o complicado, se debe primeramente especificar qué es lo que se observa del sistema, desde qué perspectiva y en qué escala; así, por ejemplo, si analizamos a una hormiga como individuo aislado y desde un punto de vista social, el comportamiento de la misma no presenta características complejas. Sin embargo, si se consideran los aspectos microscópicos que están en relación con el funcionamiento de los diferentes órganos de la hormiga, ahí sí se puede hablar de complejidad y de fenómenos emergentes a ese nivel que se traducen en que la hormiga pueda desarrollar una u otra actividad. Ahora, si se considera una colonia de hormigas desde una visión macroscópica, el comportamiento de los individuos que forman parte de esta colonia puede dar lugar a fenómenos emergentes tales como la construcción de un nido, el desplazamiento de una presa, etc. En este sentido, el fenómeno de autoorganización emergente depende de las interacciones entre los individuos de la colonia y si afinamos un poco los conceptos, dependerá también de estímulos que pueden provenir de acciones ya realizadas por otros congéneres, fenómeno que se denomina estigmergía [3]. Este tipo de fenómenos emergentes en insectos sociales, puede extrapolarse a comportamientos de otros animales sociales, entre ellos el hombre. Así, los comportamientos colectivos representan ejemplos claros de sistemas complejos. Como se puede percibir de los ejemplos citados anteriormente, depende cómo se analice un sistema para determinar si en la faceta analizada, el sistema representa o no un sistema complejo.

En lo referente a sistemas complicados, se puede decir que son sistemas compuestos de muchos constituyentes, pero la gran diferencia con los sistemas complejos es que los sistemas complicados no dan lugar a fenómenos emergentes y a pesar de que en muchos casos es muy difícil comprender el funcionamiento de un sistema complicado, un especialista puede lograrlo. Así, un *especialista* en mecánica automotriz conoce muy bien el funcionamiento de un automóvil y la utilidad de cada una de las piezas que lo componen. Situaciones similares se pueden encontrar cuando hablamos de un teléfono inteligente, un televisor, una planta hidroeléctrica o un reactor nuclear; siempre van a haber especialistas que conozcan los detalles de funcionamiento de estos sistemas complicados.



**Figura 1.** Diagrama No Linealidad versus Grados de Libertad de un sistema para poder identificarlo como complejo o complicado (tomada de [4] con autorización del autor).

Se debe señalar que las máquinas no solo son complicadas; en algunas situaciones podemos ver fenómenos emergentes relacionados con ellas. Nuevamente, es muy importante definir

qué aspectos del sistema se quieren considerar para poder clasificarlo como sistema complejo o complicado. Consideremos por ejemplo un robot con mecanismos móviles que permiten que el robot pueda levantar y sostener una barra de un material cualquiera. Desde un punto de vista de los componentes del robot, este está constituido por muchos elementos electro-mecánicos que hacen que lo podamos clasificar simplemente como un sistema complicado<sup>3</sup>; es decir, un sistema que a pesar de que pueda parecer de dificultosa descripción para los no versados en robótica, para un especialista en esta área, su descripción será siempre posible. Por otro lado, si sólo consideramos al robot en el sentido de las acciones que pueda efectuar (levantar, sostener y eventualmente depositar una barra), el robot podría ser catalogado como un sistema simple. Sorprendentemente, la interacción entre robots puede dar lugar a un fenómeno emergente en el cual todas las barras depositadas por los robots se concentran espacialmente [5]. Aún más asombroso es el hecho de que pueda ser posible la interacción entre robots e insectos de cierto género gracias a que los robots están programados para imitar algunos comportamientos de los insectos en cuestión [6]. Un último acápite acerca de comportamientos que puedan ser tratados como complejos o complicados es el considerar aspectos en la producción intelectual de un ser humano; un músico que ejecuta una obra de un compositor, en cierta manera está dando lugar a una acción complicada (dependiendo el tipo de música y que no improvise), pero no compleja puesto que está repitiendo un conjunto de notas creadas por otro músico; en cambio, un compositor concibe partituras originales, en cuyo caso, la acción es compleja puesto que da lugar a un fenómeno emergente que es la creación de una nueva obra musical. Lo mismo podríamos decir acerca de la literatura, la ciencia, etc. En otras palabras, el plagio y la copia podrían ser acciones eventualmente complicadas, en tanto que la creatividad y originalidad en un trabajo son acciones complejas.

### 3. COMPLEJIDAD

No existe una definición absoluta de lo que es un *sistema complejo*; y no se tienen criterios uniformes entre los investigadores para dar esta definición. Así, algunos autores lo definen como un conjunto de un gran número de constituyentes en interacción que como vimos en la sección anterior, no es una definición muy afortunada puesto que puede haber sistemas complejos con pocos constituyentes. Un aspecto importante de los *sistemas complejos* es el comportamiento global que resulta de la totalidad de las interacciones de sus constituyentes elementales (ya sea que los sistemas tengan pocos o muchos de estos); este comportamiento global *emergente* es la característica principal de un *sistema complejo*. Este tipo de fenómenos emergentes aparece en un gran número de sistemas, a pesar de que estos sistemas sean de naturaleza muy variada y por eso sean estudiados por diferentes ciencias. El hecho de que un sistema presente fenómenos emergentes, ya sea que el sistema sea físico, químico, biológico o social, por mencionar algunos casos, hace que estos sistemas puedan ser analizados por métodos similares, sin importar la naturaleza específica de cada uno de ellos.

La complejidad surge de la constatación que, en diversos dominios científicos, aparecen sistemas complejos muy diferentes que pueden ser estudiados por métodos similares, de ahí el carácter inter, multi y transdisciplinario de la ciencia de la Complejidad. El comportamiento de un sistema complejo, en general, no es previsible por los métodos

---

<sup>3</sup> Nótese la aparente contradicción en el empleo de las palabras simplemente y complicado.

analíticos clásicos y mas bien se utiliza la trilogía: *Modelización-Simulación-Optimización*. No se debe olvidar que un modelo representa sólo una caricatura de la realidad física y el trabajo de los que se valen de la trilogía mencionada anteriormente es hacer esta caricatura lo más fiel posible a la realidad.

Algunas características esenciales de los Sistemas Complejos son:

- Presentan una cierta organización y esta no es ni estrictamente definida ni estrictamente aleatoria.
- Implican la existencia de información que puede ser modulada por señales externas.
- En general se encuentran fuera del equilibrio termodinámico y son sistemas abiertos.
- Presentan estados estacionarios múltiples.
- Tienen una “historia”, es decir, dependen de sus estados anteriores.
- Presentan efectos no lineales que se traducen en fenómenos emergentes de nuevas propiedades.
- Son adaptativos.

En los últimos años se ha desarrollado una vasta terminología ligada a la Complejidad, por citar algunos de estos términos: Dinámica No Lineal, Autoorganización, Formación de Patrones, Sincronización, Fractales, Teoría de Catástrofes, Percolación, Autómatas Celulares, Redes Complejas, Transiciones de Fase, Bifurcación, Caos, Sincronización, etc. Todos ellos sustentados en numerosas investigaciones.

#### **4. PERTINENCIA EN EL “ANÁLISIS” DE SISTEMAS COMPLEJOS**

Como toda ciencia que de alguna manera adquiere importancia, la Complejidad y el Caos ofrecen muchas vetas para investigadores, pero también para gente que empieza a especular con sus potenciales aplicaciones. Esto no es sorprendente puesto que, históricamente hablando, siempre existieron pensadores que sin la menor precaución utilizaban postulados y resultados de la Relatividad Especial y General, así como de la Mecánica Cuántica para justificar hipótesis filosóficas de una gran variedad incluyendo por supuesto, aquellas relacionadas con el idealismo y la teología. Estos abusos de la terminología científica y las extrapolaciones de las ciencias exactas a las ciencias sociales, generaron en muchos científicos el afán de desenmascarar estas actitudes anticientíficas. Un ejemplo notable de esto es la parodia generada por Alan Sokal en 1996 cuando publica en una afamada revista de ciencias sociales un artículo en el que de forma premeditada, Sokal utiliza arbitrariamente términos provenientes de las ciencias exactas y los mezcla con aspectos sociales y filosóficos [7]. El fin evidente de Sokal fue el de atacar satíricamente el abuso del lenguaje de las ciencias exactas, y también de una manera general, denunciar el relativismo postmoderno para el cual la objetividad es una simple convención social [8].

Lastimosamente, tanto en nuestro medio como a nivel internacional, existen publicaciones que no cuentan con ningún rigor y, por lo tanto, en el “análisis” que hacen de los sistemas que tratan puede caerse fácilmente en la especulación al no justificar formalmente, ya sea mediante ecuaciones, modelos matemáticos y/o simulaciones, las aseveraciones que formulan en sus trabajos. Como se mencionó en la sección anterior, aspectos esenciales del análisis de sistemas complejos son la modelización, la simulación y la optimización, lo cuales están íntimamente ligados entre ellos. Ningún análisis puede basarse sólo en

aspectos cualitativos y de ahí la crítica a trabajos en los que no se tiene en cuenta ningún formalismo matemático.

## **5. DINAMICA NO LINEAL Y COMPLEJIDAD EN BOLIVIA**

Evidentemente, es difícil establecer el inicio del estudio de la Dinámica No Lineal y Complejidad en nuestro país. De la última década del s. XX se pueden resaltar algunos hechos: reuniones para el estudio de Biofísica por parte de estudiantes de las Carreras de Física y Biología de la Universidad Mayor de San Andrés (UMSA) o la elaboración y defensa de una tesis de licenciatura en Física [9], en la que se incluyen elementos de Biofísica Molecular, trabajo también presentado en una conferencia internacional [10], y otra de maestría en Ecología Humana, en la que se analizan aspectos de la Teoría del Caos en aspectos de conservación [11], y más importante aún, las primeras publicaciones relacionadas a no linealidad aparecidas ya en los primeros números de la Revista Boliviana de Física (RBF), en cuyo primer número se publicó un artículo acerca de fractales bajo la dinámica de Lévy [12] y una extensión al tema que aparece en el tercer número de la RBF [13]. A partir de 1998 y casi de manera ininterrumpida se encuentran artículos relacionados con no linealidad en la RBF que está ya en su trigésimo cuarto número y ha adquirido continuidad y prestigio que permiten que se encuentre disponible en línea y con acceso abierto en la plataforma SciELO Bolivia ([www.scielo.org.bo/](http://www.scielo.org.bo/)). Actualmente forman parte del grupo de sistemas complejos, de manera directa o indirecta 5 docentes de la Carrera de Física, 3 de la Carrera de Matemática y 2 de la Carrera de Biología; además de 2 investigadores asociados activos y 4 estudiantes de pregrado. También, se tiene una colaboración estrecha con el Grupo de Física de la Materia Condensada y con varias universidades extranjeras (Universidad de Las Palmas, España; UdelaR, Montevideo, Uruguay; UFP, Joao Pessoa y UNESP, San Pablo, Brasil; UNSA, Arequipa, Perú; UTA, Arica, Chile; ULB, Bruselas, Bélgica; UT-Lódz, Polonia; y HU, Berlín, Alemania). Hasta el momento, se formaron 11 licenciados y 3 maestros en ciencias que hicieron sus tesis en el Grupo y, al presente, tres tesistas de postgrado realizan sus trabajos bajo la supervisión de docentes del Grupo. Desde 2000, se tienen alrededor de 80 publicaciones tanto en revistas bolivianas como extranjeras, en las que se tocaron diferentes temas, tales como la sincronización, los efectos del ruido en sistemas dinámicos, la econofísica, la computación cuántica, la autoorganización, el caos, las oscilaciones, el análisis de series temporales, las redes complejas, los sistemas magnéticos y las transiciones de fase. Periódicamente, al menos una vez al año, se participa de conferencias nacionales y/o internacionales, donde se muestran los resultados de las diferentes investigaciones realizadas por miembros del grupo. También se organizaron dos versiones de las Jornadas Andinas de Dinámica No Lineal.

## **6. INVESTIGACIONES DEL GRUPO DE DINÁMICA NO LINEAL Y SISTEMAS COMPLEJOS DE LA UMSA**

Si bien el interés por la Dinámica No Lineal y la Complejidad dentro de la UMSA datan, en sus inicios, de los años 90 del s. XX, es en 2000 que se dan los primeros pasos para conformar un grupo para el estudio e investigación de la Complejidad. Como resultado de esta iniciativa, se debe destacar el hecho de que se dictaron materias relacionadas a Sistemas Complejos y con base en los estudiantes y el docente de la materia, se desarrollaron investigaciones que se vieron plasmadas en la RBF; así, se tiene, un estudio

sobre sistemas caóticos simples [14], otro sobre dinámica no lineal aplicada [15], otro sobre aspectos evolutivos en especies en competición [16], otro también ligado a evolución de especies además de su extinción [17] y finalmente, otro dando los detalles de la construcción y caracterización de luciérnagas electrónicas [18]. También, el establecimiento del grupo de sistemas complejos, permitió organizar la primera versión del Curso Boliviano de Sistemas Complejos, actividad caracterizada por temáticas diferentes en cada uno de estos eventos, además de contar con profesores invitados extranjeros de gran nivel científico y académico. Este año, del 17 al 19 de septiembre se realizará el XVII Curso Boliviano de Sistemas Complejos lo que muestra la continuidad que ha tenido esta escuela sinónimo del establecimiento pleno del grupo de sistemas complejos y de su actividad científica, cuya característica es la de estudiar diferentes tipos de sistemas con las herramientas de la dinámica no lineal como se explica brevemente a continuación:

## **Sistemas físicos**

### **(a) Estudio de partículas sin masa y con carga eléctrica**

En la naturaleza es bien conocida la existencia de partículas que no poseen masa. Una característica especial de estas partículas es que se propagan a la velocidad de la luz, de hecho, un ejemplo de dichas partículas son precisamente las partículas de luz, también conocidas como fotones. Otro tipo de partículas que se encuentran en la naturaleza son aquellas con carga eléctrica, como es el caso de los electrones o los protones. Una característica representativa de estas últimas es que pueden ser desviadas por campos electromagnéticos. Por ejemplo, electrones en presencia de campos magnéticos pueden describir órbitas circulares.

Partículas que no tienen masa y que además poseen carga eléctrica deberían heredar las dos características mencionadas anteriormente: se propagan a la velocidad de la luz y son desviadas por campos eléctricos y magnéticos [19]. Si bien no se ha evidenciado la existencia de tales partículas a nivel fundamental, existen algunos escenarios teóricos en los que surgen pseudo-partículas cargadas que exhiben un comportamiento análogo al de partículas de masa nula. Tal es el caso, por ejemplo, de los electrones de conducción en el grafeno.

Una primera aproximación en el estudio de partículas cargadas sin masa consiste en determinar las trayectorias u órbitas que describen las mismas cuando se encuentran en proximidades de campos eléctricos y magnéticos. Se trata de un problema en muchos aspectos similar al problema de determinar la órbita de un planeta o un cometa en presencia del campo gravitacional del Sol. Nuestro trabajo de investigación se ocupa de determinar las órbitas de partículas cargadas sin masa bajo la acción de campos eléctricos y magnéticos. El tipo de interacción entre las partículas y los campos en este modelo es descrito por un conjunto de ecuaciones diferenciales no lineales, por lo que se constituye en un típico sistema dinámico y, en consecuencia, es posible realizar el análisis correspondiente para describir los posibles comportamientos del sistema, entre los cuales, el de verificar si existe o no sensibilidad a las condiciones iniciales para determinar el carácter caótico del mismo. El criterio de clasificación de las órbitas de las partículas consiste en construir un mapa de soluciones que depende de la intensidad relativa entre los campos eléctricos y magnéticos, así como de la carga eléctrica y la energía cinética de las partículas.

### **(b) Comportamiento caóticos**

Si bien, tradicionalmente, el estudio de sistemas dinámicos empezó con el tratamiento de sistemas mecánicos (ver el extremo izquierdo de la Fig. 1), tales como péndulos [20-22] que a pesar de su aparente simplicidad, presentan comportamientos interesantes desde el punto de vista dinámico, yendo desde las típicas oscilaciones periódicas y “bien comportadas” que se observan en los relojes de este tipo hasta oscilaciones irregulares e impredecibles que es la rúbrica de los sistemas caóticos, una de cuyas características es la extrema sensibilidad a las condiciones iniciales. El término “caos” para este tipo de sistemas -entre los cuales podemos incluir hasta a los seres vivos y su comportamiento, así como también a su entorno- fue acuñado por el matemático estadounidense James Yorke[23] y que en una entrevista para la RBF [24] (disponible en la página web <https://www.youtube.com/watch?v=cGNMyT6NNT0>) da detalles e implicancias del concepto caos.

Los circuitos electrónicos se constituyen en prototipos de estudio de sistemas dinámicos para examinar tanto su comportamiento caótico como para analizar posibles fenómenos emergentes que aparecen en los mismos tales como la sincronización; aspecto que se detallará más adelante. El hecho de que un mismo sistema pueda presentar comportamientos regulares o irregulares, va a depender del valor que tomen los parámetros que lo caracterizan y también del valor de sus condiciones iniciales; dando lugar esto último al concepto de multiestabilidad. Es interesante observar experimentalmente estos comportamientos utilizando circuitos electrónicos; es así que dentro de nuestro grupo de investigación nos valemos de estos dispositivos para estudiar fenómenos tales como el caos [25], la sincronización [18], muerte de oscilación [26] y extensiones a aspectos numéricos para el análisis de la influencia de los parámetros en el comportamiento dinámico [27-29].

### **(c) Estudio de “propiedades universales” en el mapa de Hénon**

En la jerga matemática, un mapa es aquel sistema definido por una o más ecuaciones en diferencias, lo que significa que la evolución es discreta en términos de números enteros; esto significa que el tiempo adquiere este tipo de valores y el estado de un sistema a un tiempo  $t$ , dependerá del estado inmediatamente precedente caracterizado por el tiempo  $t-1$ . El denominado mapa de Hénon es uno de los más populares en el estudio de la dinámica no lineal y presenta múltiples aplicaciones; aunque sus características intrínsecas siguen despertando el interés de los científicos desde un punto de vista básico. Algunos sistemas caóticos se caracterizan por mostrar una “ruta hacia el caos” que parece tener características universales, en el sentido de que al calcular algunas características de las “cascadas de bifurcación” parecen mostrar la existencia de números comunes, denominados constantes de Feigenbaum [30]. Un estudio detallado del espacio de parámetros en el mapa de Hénon lleva a encontrar la existencia de regiones que caracterizan comportamientos regulares del sistema y que por su forma parecen formar triángulos, los mismos que parecen seguir una secuencia similar a las encontradas en las “rutas hacia el caos” mencionadas anteriormente y por lo tanto susceptibles de estar relacionadas con números de Feigenbaum. Un análisis detallado de estas secuencias muestra que las mismas no tienen ese carácter “universal” [31].

### **(d) Sonidos caóticos e hipercaóticos en tarkas**

De manera inocente, pensamos en la tarka como un instrumento musical típico de Bolivia y que genera sonidos agradables que se ven representados en diferentes manifestaciones



culturales. Sin embargo, por la estructura misma de este instrumento de viento, es capaz de generar diversidad de sonidos que los músicos clasifican de diferentes maneras. Dos tipos de sonidos a los que usualmente se hace referencia son el de “tara” y “no tara”. Para producir el efecto tara en una tarka, el ejecutante debe soplar enérgicamente y con precisión y la habilidad del músico es indispensable para ello; en tanto que en el no tara, existen armónicos intensos que hacen que el sonido tenga una característica vociferante. El análisis no lineal de las señales generadas por los sonidos de la tarka, entre los cuales podemos mencionar al proceso de reconstrucción de los espacios de fase con base en las series temporales para así poder calcular cantidades que permiten determinar la caoticidad o no del sistema, tales como los exponentes de Lyapunov. También se utilizaron otros indicadores, como ser el comportamiento de la función de autocorrelación y los diagramas entropía-complejidad. Lo anterior nos permitió identificar el carácter caótico del sonido no tara e hiper caótico del tara [32].

#### **(e) Sincronización**

Es un fenómeno omnipresente en la naturaleza que consiste en la transición que conduce al establecimiento de interrelaciones debidas a una interacción entre sistemas que presentan comportamientos oscilatorios. Se pueden citar muchos ejemplos en diferentes tipos de sistemas ya sean físicos, químicos, biológicos o sociales. Se explicarán algunos de ellos posteriormente; solamente para citar un aspecto que influye sobre la gran mayoría de los sistemas biológicos y que juega un rol importante en el comportamiento de los mismos, mencionemos a los denominados ritmos circadianos, producidos por la acción de la luz solar sobre los seres vivos. Dentro del grupo de sistemas complejos, se está estudiando los aspectos básicos de la sincronización en el denominado mapa logístico, el cual tiene una gran importancia en la dinámica no lineal por su sencillez y gran riqueza en cuanto a su comportamiento que puede ser tan simple como el de permanecer en estado estacionario, experimentar oscilaciones caracterizadas por períodos bien definidos o finalmente mostrar su faceta caótica. Se hizo un estudio exhaustivo del comportamiento de dos de estos mapas cuando están acoplados y pueden eventualmente sincronizar [33]. Se encontraron básicamente tres tipos de sincronización: 1) sincronía completa, 2) anti sincronía y 3) sincronía en fase. Sincronía completa, se refiere a una dinámica igual tanto en amplitud como en fase en las señales de ambos mapas; anti sincronía, significa que las señales presentan igual amplitud y una diferencia de fase de  $\pi$  radianes ( $180^\circ$ ); y la sincronía en fase, presenta diferentes fases y amplitudes. Para cuantificar el fenómeno definimos el factor de sincronía, también en función del tiempo, que calcula la diferencia en valor absoluto entre las dos señales. Si dicha diferencia es nula, se tiene sincronía completa; si la diferencia es igual a uno, hablamos del fenómeno de anti sincronía; y si dicho factor presenta un carácter oscilante, entonces encontramos el fenómeno de sincronía en fase. Este último quizás es el más interesante, puesto que la señal temporal de nuestro cuantificador presenta un periodo bien definido en cada caso (zonas de sincronía) o no presenta ninguno (zonas de caos) lo que nos permite caracterizar la dinámica desde un punto de vista de análisis de todos los periodos encontrados. Dicha técnica es una nueva propuesta para estudiar el fenómeno de la sincronización [34].

#### **(f) Muerte de oscilaciones**

Remontémonos al año 1877, estamos en una catedral de Inglaterra que alberga uno de esos órganos con enormes tubos de diferentes longitudes que cubren toda la pared. Si Ud.

tuviera la posibilidad de conseguir dos tubos de la misma longitud, hacerlos vibrar y acercarlos, ¿cree Ud. que incrementaría el volumen de la nota musical? o ¿cree que se cancelaría el sonido? Lord Rayleigh, premio Nobel de Física de 1904, descubrió con asombro que el sonido básicamente se cancelaba a medida que acercaba dos tubos que emitían una frecuencia similar. Este es el primer caso registrado de un estudio de “eliminación de sonido”. Actualmente, se denomina “muerte de oscilación” puesto que las oscilaciones cesan definitivamente debido a un fuerte acoplamiento. Es decir, el acoplamiento en este caso sería dependiente de la distancia, que mientras más pequeña es, más intenso es el acoplamiento acústico entre los tubos de órgano causando así, el silencio. Es así que, en nuestro grupo de investigación, tenemos un trabajo relacionado con la muerte de oscilación entre dos osciladores acoplados mediante luz. Los osciladores son circuitos electrónicos que emiten luz infrarroja de manera independiente, como si fuesen dos luciérnagas interactuando mediante la emisión de pulsos luminosos. Experimentalmente, se observó que existen distancias características para diferentes frecuencias de oscilación en la que los circuitos se quedan completamente encendidos [26]. En ese sentido, ahora queremos caracterizar de forma cuantitativa el camino hacia la muerte de oscilación, pero ya no experimentalmente, sino trabajando con el modelo matemático que describe de manera acertada el comportamiento de estos circuitos electrónicos.

## **Sistemas químicos**

En una reacción química, la interacción entre las moléculas da lugar a su variación temporal. En un extremo se encuentran las reacciones controladas por el equilibrio, cuya dinámica tiene un carácter transitorio hasta que se alcanzan proporciones constantes en las concentraciones de los reactivos y los productos. En otro caso, la dinámica juega un rol activo generando estructuras autoorganizadas lejos del equilibrio, en las cuales las concentraciones de las especies inestables oscilan o forman patrones espaciales en tanto la reacción se encuentre provista de una fuente de reactivos. Por ejemplo, para un fármaco la tendencia al equilibrio determina su tiempo de caducidad; en contraste, una vez asimilado, su actividad farmacológica está controlada, en parte, por los ritmos bioquímicos del organismo. Es posible obtener en laboratorio estructuras químicas ordenadas; así, la reacción de Belousov-Zhabotinsky (BZ) se lleva a cabo en medio acuoso empleándose como reactivos ácido malónico, bromato de sodio, ácido sulfúrico, iones cerio y/o ferroína, los cuales, mezclados en determinadas cantidades, dan lugar a oscilaciones en el color de la solución (azul-rosa-azul-rosa-...) o patrones de ondas viajeras. La reacción BZ puede esquematizarse por dos conjuntos de reacciones que se alternan por su acoplamiento a través de un tercer conjunto; una de estas reacciones es de autocatálisis (capacidad de las moléculas de producirse a sí mismas), la cual constituye una fuente determinante de no linealidad. En el grupo de sistemas complejos se estudia la dependencia de las oscilaciones de la reacción BZ con el pH [35, 36] y con la dosis de radiación ionizante incidente, así como los aspectos de sincronización [37].

## **Sistemas biológicos**

### **(a) Comprendiendo a los insectos. Estudio de caso: los triatominos (vinchucas)**

¿Qué mejor ejemplo de complejidad que una sociedad animal, aunque esta sea de insectos? Los triatominos son insectos gregarios que se esconden en las grietas de paredes de habitaciones durante el día y salen de noche en búsqueda de alimento. Hematófagos toda su

vida, los triatomíneos se pueden infectar, durante una comida sobre un huésped infectado, con un parásito llamado *Trypanosoma cruzi*; este se reproduce en el tubo digestivo del insecto, de tal manera que, en la próxima ingestión de alimento, los parásitos podrán ser expulsados junto con las heces sobre la piel del huésped y así poder acceder a su sistema sanguíneo y provocar en los seres humanos la enfermedad de Chagas que puede ser mortal. Con más de 150 especies de triatomíneos en el mundo, con capacidad vectorial diferente, es importante poder reconocer las especies implicadas en la transmisión de la enfermedad de Chagas. Existen claves taxonómicas basadas en la morfología para distinguir individuos adultos; sin embargo, pueden ser de difícil uso en caso de especies crípticas. Por otra parte, no existen claves para juveniles. El aprendizaje automático (o *Machine Learning*), una rama de la inteligencia artificial, nos puede ayudar a desarrollar algoritmos de clasificación de especies. A partir de espectros en el visible y el infrarrojo cercano tomados de la cabeza de triatomíneos, hemos construido un modelo que permite clasificar tres especies vectoriales de Bolivia, ya sean individuos jóvenes o adultos, con una exactitud del 97.2% (95.0-98.6) [38]. Otro tema de mayor importancia es la resistencia a insecticidas de estos insectos, dado que la única manera de controlar las poblaciones de vinchucas en los hogares es por el uso de insecticidas. Con experimentos en laboratorio, hemos estudiado la relación dosis-mortalidad y mostrado que muchas poblaciones de *Triatoma infestans*, el principal vector en el país, muestra alta resistencia a los insecticidas empleados en terreno [39, 40], lo que permitió al programa nacional de Chagas implementar otras estrategias de control de triatomíneos. Entre estas, el control por participación comunitaria ha sido experimentado en condiciones reales de terreno. Primeramente, un análisis de datos obtenidos en dos pueblos de Bolivia permitió destacar que los huecos en paredes, la falta de limpieza y la presencia de gallinas al interior de las viviendas son factores de riesgo que conducen a la infestación de las casas por triatomíneos. Después de una fase de intervención donde cada familia debía remediar estos factores de riesgo, de manera simple y sin costo bajo la supervisión de un equipo formado, se mostró que la infestación en las casas había disminuido drásticamente comparada con los pueblos control donde no se hizo la fase de intervención [41]. Finalmente, es importante investigar el comportamiento de los insectos vectores para poder controlarlos mejor. En laboratorio, se pueden estudiar fácilmente el ciclo de vida y la dinámica de defecación, comportamientos claves para la transmisión del parásito al huésped. Investigando una especie endémica de Bolivia que vive cerca de viviendas, se determinó que la capacidad vectorial de esta especie es relativamente alta y podría ser un buen vector si empieza a invadir los hogares [42]. También, en laboratorio se puede estudiar el impacto de la presencia del parásito sobre el comportamiento de los insectos. Hemos mostrado que los adultos de *T. infestans* presentan un fuerte comportamiento de agregación y de geotaxis negativa (se dirigen hacia arriba en un plano vertical), comportamientos que están más marcados en machos que en hembras. Muy interesantemente, la infección por *T. cruzi* exagera estos dos comportamientos tanto en machos como en hembras [43]. Estos resultados requieren de mayor investigación para determinar si el parásito manipula a los insectos, pero en sí, son resultados novedosos que permiten establecer hipótesis sobre la distribución y la dispersión de estos insectos en la naturaleza. Para este estudio, se utilizó como herramienta el análisis de redes complejas.

### **(b) Comprendiendo a los insectos. Estudio de caso: las luciérnagas (curucusíes)**

Las luciérnagas son insectos muy interesantes por el hecho de que emiten pulsos luminosos que resultan muy llamativos y la función primaria de la “luz fría” pulsátil emitida por estos

insectos, tenía un carácter aposemático; es decir, con la finalidad de disuadir a sus posibles depredadores. La evolución hace que, además, en muchas especies se incorpore una nueva funcionalidad que es la capacidad de que los machos puedan sincronizar (emitir al unísono) estos pulsos luminosos y adicionalmente con un patrón bien definido y con frecuencias características propias de la especie. El porqué de esta habilidad está en relación con una acción de “cortejo” que ejecutan grupos de machos para identificarse ante las hembras de su misma especie con el fin de que ellas puedan responder mediante otra señal luminosa y en ocasiones con la característica de la simultaneidad que permita a los machos identificar la posición de las mismas y así iniciar la primera etapa de su proceso reproductivo. La descripción cualitativa y experimental de este comportamiento fue ampliamente desarrollada; en tanto que los modelos físico-matemáticos son escasos. Dentro del grupo se construyeron dispositivos electrónicos que emulan el comportamiento de las luciérnagas en el hecho de que estos emiten pulsos luminosos y pueden comunicarse con otros circuitos lo que origina que los circuitos en interacción puedan sincronizar su emisión de luz tal como lo hacen los insectos en cuestión; por ello, denominamos coloquialmente a estos dispositivos “luciérnagas electrónicas” [44, 45]. Con base en la física de los circuitos electrónicos, se formularon modelos matemáticos basados en sistemas de ecuaciones diferenciales con discontinuidades y acopladas pulsátilmente. Este modelo físico-matemático, fue validado (concordancia de observaciones experimentales con los resultados provenientes del modelo) y es utilizado exitosamente en la explicación del comportamiento síncrono de los machos [46, 47] y también en la respuesta de las hembras a la sincronización [48, 49]. Recientemente, se publicaron dos capítulos de libros en los que se explican los detalles más relevantes de la sincronización de luciérnagas y sus aplicaciones [50], así como los diferentes modelos físico-matemáticos desarrollados para esclarecer este interesante fenómeno [51].

### **(c) Predicción de aparición de patologías**

Una aplicación interesante de la dinámica no lineal es el análisis de series temporales, representando a las mismas mediante gráficos de recurrencia y/o transformando estas series de tiempo en redes complejas que poseen diferentes formas (topología) y que dependiendo de los datos de los cuales provienen permiten establecer una clasificación. Con este concepto, se utilizaron bases de datos cardiovasculares (variabilidades en las presiones sistólica y diastólica, y tasa de variabilidad cardíaca) de mujeres embarazadas que no presentaban ninguna sintomatología de la patología denominada preeclampsia que puede generar alto riesgo durante el embarazo. Estos datos cardiovasculares se tomaron entre la semana 18 y 26 de gestación. Pasadas las 30 semanas, 24 gestantes desarrollaron la patología en cuestión. Con las técnicas de análisis de cuantificación de recurrencias y redes complejas recurrentes, se pudo clasificar a las gestantes y predecir cuáles eran susceptibles a presentar preeclampsia. Los resultados de la clasificación mostraron un alto valor de sensibilidad (capacidad de detectar la patología en sujetos que la desarrollan) [52, 53].

### **(d) Efectos de radiaciones en células cancerosas; un acercamiento a la radioterapia**

Inspirados en los modelos tradicionales de evolución de células normales, cancerosas y efectoras (relacionadas al sistema inmunológico) basados tanto en modelos de crecimiento poblacional tales como el logístico y en modelos competitivos como el de Lotka-Volterra, se construye un nuevo modelo físico-matemático que incluya la acción de las radiaciones ionizantes (típicas de un tratamiento de radioterapia anticancerosa) [54] para poder

determinar cuáles son las mejores condiciones de irradiación que lleven a eliminar las células cancerosas con mínimo desmedro de las normales.

## **Sistemas sociales**

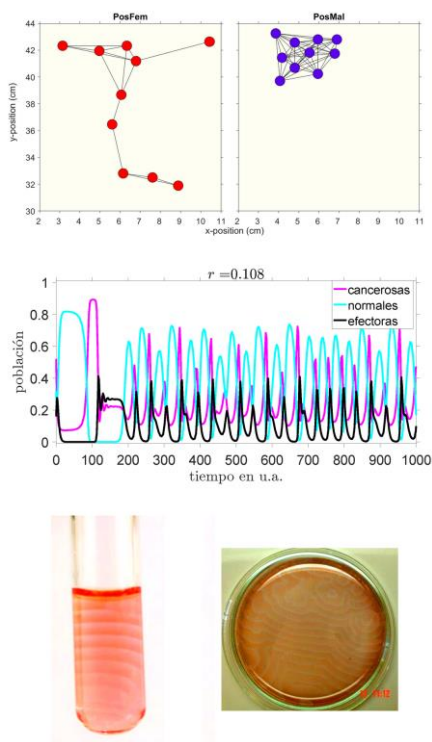
A menudo se señala que existen variables cuantitativas y cualitativas, haciéndose énfasis en el hecho de que existen situaciones en las que no se puede hacer la cuantificación de ciertos fenómenos tales como los sentimientos y las relaciones sociales. Sin embargo, a medida que la ciencia avanza y se tienen nuevos conceptos y herramientas, fenómenos ligados a ciencias sociales y políticas que antes se consideraban como imposibles de cuantificar hoy en día son abordados usando indicadores que surgen del análisis de las posibles interacciones que pueden experimentar los elementos que forman parte de este tipo de sistemas (individuos e instituciones) y que permiten construir modelos basados en dinámica no lineal. Estas aplicaciones son aún más evidentes dado el significativo aumento de la literatura en este campo. Así, surgen trabajos que analizan sistemas que usualmente no son susceptibles a la modelización tales como la estabilidad de las democracias [55] y más aún, hay nuevos campos de la Física como la Sociofísica [56]. El análisis de este tipo de sistemas ha merecido también atención en la RBF, tal como se evidencia en el trabajo sobre la aplicación de procesos estocásticos en el crecimiento económico en sociedades sujetas a amenaza delincinencial [57], y otro en el que se caracteriza un modelo de toma de decisiones basado en redes complejas, donde se consideran aspectos tales como la existencia de un elemento que puede influir sobre el conjunto de sujetos de un grupo social y además teniéndose en cuenta el tipo de interacción entre los individuos y algunas características particulares de algunos de ellos tales como el hecho de tener un comportamiento intransigente o en otro caso, el de tener siempre opiniones contrarias a las del grupo [58]. En los sistemas sociales, los constituyentes básicos del sistema no son partículas (átomos y moléculas como en los sistemas físicos) sino humanos, y cada individuo interactúa con un número finito de pares. Los seres humanos son entes mucho más complejos que las partículas de los sistemas físicos, el comportamiento de cada uno de ellos, es el resultado de muchos procesos psicológicos complejos y complicados, que aún no están bien comprendidos. Además, cada individuo tiene una serie de características que lo diferencian de los demás, como, por ejemplo: la edad, el género, las características económicas, religiosas, etc. Pero lo que interesa son sus lazos sociales con otros individuos y/o alguna fuente externa. Estas relaciones sociales son tal vez aún más complejas que el tipo de interacciones en los sistemas físicos entre átomos. Sería imposible describir estas interacciones con leyes simples y pocos parámetros. Por lo tanto, para el modelado de redes sociales, se deben hacer grandes simplificaciones del problema real, pero en la mayoría de las situaciones, las propiedades cualitativas e incluso algunas propiedades cuantitativas de los fenómenos a gran escala no dependen de los detalles microscópicos de los sistemas [59]. En la dinámica de opiniones, el alcance de consenso en grupos sociales es análogo al establecimiento de la sincronización en sistemas oscilatorios acoplados.

## **Matemática y complejidad**

Se ha mostrado y hecho énfasis en que los modelos formales para describir los fenómenos no lineales que aparecen en sistemas de diferente naturaleza, son esenciales para poder completar el método científico. El rigor del formalismo matemático nos sirve para sustentar las observaciones experimentales y las hipótesis que se formulan al tratar de establecer un

modelo. Los temas que abordan los matemáticos incluyen entre otros: la Teoría de Control que es el estudio sistemático de los mecanismos de influenciar en un Sistema Dinámico y que consiste básicamente en el cambio por medio de controles de la(s) ecuación(es) diferencial(es) que gobierna(n) el sistema para llegar a un estado deseado. Muchos procesos en áreas como la robótica, industria, mecánica son altamente no lineales. Es más, sus posibles estados son naturalmente variedades diferenciables y no espacios lineales. Una de las líneas de investigación de este grupo es la Teoría Geométrica de Control, en la que se utilizan métodos de la geometría diferencial en la Teoría de Control. Una segunda línea de investigación del grupo es la Teoría Ergódica de Sistemas Diferenciables, en la que se combinan métodos de la Teoría de la Medida, Geometría Diferencial y Topología Diferencial, tratando de entender la complejidad de Sistemas Dinámicos a través de propiedades que asintóticamente se comportan como sistemas aleatorios, aunque son sistemas determinísticos. En estos métodos, un instrumento fundamental son los exponentes de Lyapunov no nulos [60]. Resaltamos el hecho de que uno de los investigadores matemáticos del grupo colabora con Artur Ávila, Medalla Fields 2014 (comparable a un premio Nobel). Recientemente, el grupo está incursionando en el estudio de Ecuaciones Diferenciales Estocásticas y sus aplicaciones. También se está encarando el estudio de sistemas invariantes y sistemas lineales de control en un grupo de Lie; estableciendo diferentes interrelaciones entre Álgebra, Análisis, Ecuaciones Diferenciales y Topología en este contexto.

En la Fig. 2 se resume en términos de algunos conceptos de la investigación explicados anteriormente los aspectos relevantes de la no linealidad: Análisis de redes complejas, modelización y simulación, además de experimentación.



**Figura 2.** Análisis de sistemas complejos. (superior) Análisis de redes de agregación de triatomines (vinchucas) machos y hembras. (central) Modelación y simulación para la evolución de poblaciones de células normales, efectoras y cancerosas por efecto de radiación. (inferior) Experimentación: ondas viajeras en la reacción de Belousov-Zhabotinsky en un tubo de ensayo y una caja Petri.

## **7. UN EVENTO CIENTIFICO DE RENOMBRE A REALIZARSE EN BOLIVIA: XVI LATIN AMERICAN WORKSHOP ON NONLINEAR PHENOMENA (LAWNP)**

Este evento se viene desarrollando desde 1988 como foro para la difusión de resultados y discusión de los avances en Dinámica No Lineal y de la Ciencia de la Complejidad en el entorno regional de América Latina y con proyección mundial. La temática abordada en estos talleres es vasta y tiene en cuenta el carácter inter, multi y transdisciplinario de esta parte de la ciencia, incluyendo entre otros a temas tales como: fluctuaciones en sistemas lejos del equilibrio termodinámico, termodinámica de procesos irreversibles, dinámica de crecimiento y competición en poblaciones, fenómenos cooperativos, sistemas de reacción-difusión, estructuras autoorganizadas, sincronización, sistemas espacialmente extendidos y formación de patrones, neurociencia, fenómenos no lineales en sistemas biológicos, física estadística del no equilibrio en sistemas pequeños, dinámica no lineal de fluidos, turbulencia, plasmas, fluidos complejos, coloides y medios granulares, propiedades no lineales en materia blanda, caos clásico y cuántico, inestabilidad y bifurcaciones, propagación no lineal de ondas, solitones, óptica no lineal, dinámica no lineal de sistemas complejos en las ciencias naturales y sociales, redes complejas, dinámica de tránsito, propagación de rumores y epidemias, econofísica y sociofísica, teoría de control y sus aplicaciones, redes eléctricas, etc.

Los talleres se dedican a la presentación de nuevos resultados de investigación en estas áreas; al intercambio y la discusión de ideas; al posible establecimiento de colaboraciones; a la motivación en estudiantes y jóvenes investigadores en el campo, y a la divulgación de la temática a la sociedad en general.

Cada dos años tiene lugar el LАWNP llevándose a cabo, típicamente durante los segundos semestres de los años impares, en sedes alternas de América Latina. Se convocan alrededor de 250 participantes dentro de una semana (cinco días hábiles) para desarrollar las siguientes actividades: charlas plenarias de ponentes invitados, charlas invitadas y de contribución en dos o tres sesiones paralelas, sesión de pósteres y mesas redondas de discusión.

Cada taller cuenta con un número de alrededor 20 invitados internacionales, provenientes del mundo entero. Los demás participantes son mayoritariamente – pero no de manera exclusiva – de países latinoamericanos. Se fomenta la participación activa de estudiantes de pre y posgrado, así como de investigadores jóvenes.

El primer LAWNP se realizó el año 1988 en Mar del Plata-Argentina, siendo posteriormente las sedes: Santiago-Chile, Mar del Plata-Argentina, Bariloche-Argentina, Canela-Brasil, Córdoba-Argentina, Cocoyoc-México, Salvador de Bahía-Brasil, Bariloche-Argentina, Arica-Chile, Búzios-Brasil, San Luis Potosí-México, Villa Carlos Paz-Argentina, Cartagena-Colombia y La Serena-Chile.

**LAWNP 2019**

**XVI LATIN AMERICAN WORKSHOP ON NONLINEAR PHENOMENA**

Date: October, 22-26, 2019

Venue: Escuela Militar de Ingeniería "Mariscal Antonio José de Sucre" & Universidad Mayor de San Andrés  
La Paz-Bolivia



**Figura 3.** Imagen conmemorativa del LAWNP 2019 diseñada por Sorge Oporto con base en una fotografía de Alain Mesili.

Como se infiere de lo anterior, los LAWNP solamente se realizaron en cinco de los veinte países latinoamericanos; esto, sin duda, debido a los avances de la ciencia no lineal y de la



complejidad en los mismos. Como resultado del avance boliviano en la investigación de fenómenos no lineales, varios científicos del país han participado activamente en algunas de las versiones del LAWNP, razón por la que el año 2017 se concreta la designación de Bolivia como sede de este evento. Lo anterior, significa un hito en el desarrollo de la ciencia no lineal en Bolivia que en los últimos años ha experimentado un importante crecimiento en las actividades de investigación, tal como se explicitó en la sección anterior. Así, el LAWNP-2019 significa un importante estímulo y a la vez un gran reto para la comunidad de investigadores bolivianos en Dinámica No Lineal, quienes podrán someter sus trabajos a pares científicos internacionales de alto nivel. El LAWNP-2019 se realizará entre el 22 y el 26 de octubre, siendo la Universidad Mayor de San Andrés y la Escuela Militar de Ingeniería las instituciones anfitrionas principales. Es importante mencionar que el Instituto de Investigaciones Físicas (IIF) y el Instituto de Investigación Matemática (IIMAT) de la UMSA están dando un importante aporte a la organización del LAWNP a través de los proyectos “Análisis de Sistemas Complejos” y “Sistemas Dinámicos y Aplicaciones”, **respectivamente**. Es la primera vez que un taller de esta serie tendrá lugar en Bolivia y se espera que trabajando de manera conjunta con instituciones que coadyuvan al **LAWNP**, entre las cuales figura también el Gobierno Autónomo Municipal de La Paz, se pueda realizar un evento de excelencia. La imagen conmemorativa de este taller internacional se muestra en la Fig. 3.

## 8. EPÍLOGO

Es evidente que la ciencia de los Sistemas Complejos tiene un carácter polivalente unificador que es mostrado en los diferentes tópicos de investigación que realiza el grupo de sistemas complejos, en los cuales, están involucrados conceptos de Física, Matemática, Química, Biología, Electrónica e Informática.

De todas las consideraciones hechas al definir sistemas complicados y complejos, se podría pensar a priori que la gente especializada tendería mas bien a trabajar con sistemas complicados; sin embargo, la tendencia actual en el mundo científico es que los investigadores además de ser especialistas en temas concretos, también recurran al trabajo inter, multi y transdisciplinario; es decir, en interacción con especialistas de otras ramas científicas y así poder desentrañar los misterios de sistemas de la más variada naturaleza. Se han dado las condiciones para lo señalado previamente, reflejado en el hecho de que los integrantes del grupo de sistemas complejos provienen de diferentes disciplinas: física, química, matemática, biología e incluso músicos provenientes del mundo académico. Es interesante constatar que diferentes grupos de investigación en la UMSA están empleando las herramientas de la Complejidad para analizar sus sistemas bajo investigación. Este creciente entusiasmo por los Sistemas Complejos es bastante positivo, aunque se debe ser cauto para no utilizar abusiva e indiscriminadamente la terminología de la Complejidad.

## REFERENCIAS

- [1] M.V. Volkenshtein, Biofísica, Mir, Moscú, 1985.
- [2] E.N. Lorenz, Deterministic Nonperiodic Flow, Journal of the Atmospheric Sciences, 20 (1963) 130-141.

- [3] S. Camazine, J.-L. Deneubourg, N.R. Franks, J. Sneyd, G. Theraulaz, E. Bonabeau, *Self-Organization in Biological Systems*, Princeton University Press, Princeton, 2001.
- [4] G.M. Ramírez-Ávila, Complejo y complicado: especialización e interdisciplinariedad, *Revista Boliviana de Educación Superior en Ciencias*, 6 (2006) 21-29.
- [5] R. Beekers, O.E. Holland, J.L. Deneubourg, From local actions to global tasks: stigmergy and collective robotics, in: R.A. Brooks, P. Maes (Eds.) *ALIFE IV*, MIT Press/Bradford Books, Cambridge, MA, 1994.
- [6] G. De Schutter, G. Theraulaz, J.L. Deneubourg, Animal-robots collective intelligence, *Annals of Mathematics and Artificial Intelligence*, 31 (2001) 223-238.
- [7] A. Sokal, Transgressing the boundaries: Toward a transformative hermeneutics of quantum gravity, *Social Text*, 46/47 (1996) 217-252.
- [8] A. Sokal, J. Bricmont, *Impostures intellectuelles*, Odile Jacob, Paris, 1997.
- [9] G.M. Ramírez-Ávila, Efectos y caracterización de las radiaciones en cristalinos, en: Tesis de Licenciatura en Física, Universidad Mayor de San Andrés, La Paz, 1995, pp. 194.
- [10] G.M. Ramírez-Ávila, A.C. Alarcón, Efectos de radiaciones x, gamma y neutrónica térmica en soluciones de cristalino y su relación con la variación en la concentración de proteínas, en: Reunión sobre protección radiológica del Acuerdo Regional de Cooperación para la Promoción de la Ciencia y Tecnología Nucleares en América Latina (ARCAL), Cusco, Perú, 1995, pp. 131-136.
- [11] R.V. Reinaga-Barriga, Aportes de la teoría de caos a la conservación, en: Tesis de Maestría en Ecología Humana, Universidad Mayor de San Andrés, La Paz, 1996, pp. 29.
- [12] M.A. Pérez Arnez, F. Zaratti, Fractales bajo la dinámica de Lévy, *Revista Boliviana de Física*, 1 (1995) 73-84.
- [13] F. Zaratti, I. Ruiz, L. Pietronero, A. Vespignani, Transformación de escala fija aplicada a los agregados fractales de partículas con trayectorias tipo Lévy flight, *Revista Boliviana de Física*, 3 (1997) 68-73.
- [14] K.L. Burgoa-Rosso, J.A.C. Nogales, A.R. Ticona-Bustillos, Caos en sistemas dinámicos simples, *Revista Boliviana de Física*, 6 (2000) 85-94.
- [15] G.M. Ramírez-Ávila, J. Rodríguez Fernández, R. Cabrera Lafuente, Dinámica no lineal aplicada, *Revista Boliviana de Física*, 6 (2000) 95-108.
- [16] K.L. Burgoa-Rosso, J.A.C. Nogales, Mapas logísticos aplicados a la evolución de sistemas competitivos, *Revista Boliviana de Física*, 7 (2001) 51-55.
- [17] K.L. Burgoa-Rosso, J.A.C. Nogales, R.M. Sánchez, Modelo elemental de la evolución y extinción de especies, *Revista Boliviana de Física*, 7 (2001) 56-62.
- [18] J.L. Guisset, G.M. Ramírez-Ávila, J.L. Deneubourg, Construcción de osciladores controlados por luz y medida de su comportamiento síncrono, *Revista Boliviana de Física*, 7 (2001) 102-114.
- [19] I. Morales, B. Neves, Z. Oporto, O. Piguet, Behaviour of Charged Spinning Massless Particles, *Symmetry*, 10 (2018).
- [20] A.R. Ticona-Bustillos, G.M. Ramírez-Ávila, Simulación de péndulos acoplados, *Revista Boliviana de Física*, 14 (2008) 121-126.
- [21] A.R. Ticona-Bustillos, G.M. Ramírez-Ávila, Determinación del coeficiente de disipación de un péndulo, *Revista Boliviana de Física*, 16 (2010) 41-42.
- [22] A.R. Ticona-Bustillos, G.M. Ramírez-Ávila, Condiciones de sincronización de dos péndulos acoplados, *Revista Boliviana de Física*, 17 (2010) 1-7.
- [23] T.-Y. Li, J.A. Yorke, Period Three Implies Chaos, *The American Mathematical Monthly*, 82 (1975) 985-992.

- [24] G.M. Ramírez-Ávila, El caos y su trascendencia: Entrevista con James Yorke, *Revista Boliviana de Física*, 30 (2017) 55-59.
- [25] G. Conde Saavedra, G.M. Ramírez-Ávila, Estudio de dos circuitos caóticos, *Revista Boliviana de Física*, 13 (2007) 58-74.
- [26] G. Conde-Saavedra, G.M. Ramírez-Ávila, Experimental oscillation death in two mutually coupled light-controlled oscillators, *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, 28 (2018) 043112.
- [27] G.M. Ramírez-Ávila, J.A.C. Gallas, Estructura del espacio de parámetros para las ecuaciones del circuito de Chua, *Revista Boliviana de Física*, 14 (2008) 1-9.
- [28] G.M. Ramírez-Ávila, J.A.C. Gallas, How similar is the performance of the cubic and the piecewise-linear circuits of Chua?, *Physics Letters A*, 375 (2010) 143-148.
- [29] G.M. Ramírez-Ávila, J.A.C. Gallas, Autosimilaridades en el espacio de parámetros del circuito de Chua con no linealidades discretas y continuas, *Revista Boliviana de Física*, 18 (2011) 1-6.
- [30] M.J. Feigenbaum, Quantitative universality for a class of nonlinear transformations, *Journal of Statistical Physics*, 19 (1978) 25-52.
- [31] G.M. Ramírez-Ávila, I.M. Jánosi, J.A.C. Gallas, Two-parameter areal scaling in the Hénon map, *EPL (Europhysics Letters)*, 126 (2019) 20001.
- [32] A. Gérard, L. Yapu-Quispe, S. Sakuma, F. Ghezzi, G.M. Ramírez-Ávila, Nonlinear behavior of the tarka flute's distinctive sounds, *Chaos*, 26 (2016) 093114.
- [33] R.O.E. Bustos-Espinoza, G.M. Ramírez-Ávila, Condiciones de sincronización de dos osciladores móviles, *Revista Boliviana de Física*, 22 (2012) 1-7.
- [34] R.O.E. Bustos-Espinoza, G.M. Ramírez-Ávila, Synchronization conditions of coupled maps using periodicities, *The European Physical Journal Special Topics*, 225 (2016) 2697-2705.
- [35] S.A. Oporto-Almaraz, G.M. Ramírez-Ávila, Fenómenos no lineales en la reacción de Belousov-Zhabotinsky. Estabilidad, *Revista Boliviana de Física*, 23 (2013) 16-28.
- [36] S.A. Oporto-Almaraz, G.M. Ramírez-Ávila, Análisis del comportamiento oscilatorio de las concentraciones en la reacción de Belousov-Zhabotinsky, *Revista Boliviana de Química*, 30 (2013) 102-114.
- [37] S.A. Oporto-Almaraz, G.M. Ramírez-Ávila, Sincronización y estabilidad en un sistema compuesto por dos osciladores químicos idénticos, *Revista Boliviana de Física*, 25 (2014) 7-13.
- [38] S. Depickère, A.G. Ravelo-García, F. Lardeux, Automatic Chagas disease vectors identification using visible and near-infrared spectroscopy on nymphal instars and adults of *Triatoma* sp, *Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems*, Sometido (2019).
- [39] S. Depickère, R. Buitrago, E. Siñani, M. Baune, M. Monje, R. Lopez, E. Waleckx, T. Chavez, S.F. Brenière, Susceptibility and resistance to deltamethrin of wild and domestic populations of *Triatoma infestans* (Reduviidae: Triatominae) in Bolivia: new discoveries, *Memórias do Instituto Oswaldo Cruz*, 107 (2012) 1042-1047.
- [40] F. Lardeux, S. Depickère, S. Duchon, T. Chavez, Insecticide resistance of *Triatoma infestans* (Hemiptera, Reduviidae) vector of Chagas disease in Bolivia, *Tropical Medicine & International Health*, 15 (2010) 1037-1048.
- [41] F. Lardeux, S. Depickère, C. Aliaga, T. Chavez, L. Zambrana, Experimental control of *Triatoma infestans* in poor rural villages of Bolivia through community participation, *Transactions of the Royal Society of Tropical Medicine and Hygiene*, 109 (2015) 150-158.

- [42] P. Durán, E. Siñani, S. Depickère, Biological cycle and preliminary data on vectorial competence of *Triatoma boliviana* in laboratory conditions, *Acta Tropica*, 140 (2014) 124-129.
- [43] S. Depickère, G.M. Ramírez-Ávila, J.-L. Deneubourg, Alteration of the social and spatial organization of the vector of Chagas disease, *Triatoma infestans*, by the parasite *Trypanosoma cruzi*, *Scientific Reports*, Sometido (2019).
- [44] N. Rubido, C. Cabeza, S. Kahan, G.M. Ramírez-Ávila, A.C. Marti, Transients and Arnold tongues for synchronized electronic fireflies, in: E. Macau (Ed.) *Dynamics Days South-America 2010*, São José dos Campos, Brazil, 2010.
- [45] N. Rubido, C. Cabeza, G.M. Ramírez-Ávila, A.C. Marti, Scaling Laws in the Transient Dynamics of Firefly-like Oscillators, *Journal of Physics: Conference Series*, 285 (2011) 012026.
- [46] G.M. Ramírez-Ávila, J.L. Guisset, J.L. Deneubourg, Synchronization in light-controlled oscillators, *Physica D*, 182 (2003) 254-273.
- [47] G.M. Ramírez-Ávila, J. Kurths, J.L. Guisset, J.L. Deneubourg, How do small differences in nonidentical pulse-coupled oscillators induce great changes in their synchronous behavior?, *The European Physical Journal Special Topics*, 223 (2014) 2759-2773.
- [48] G.M. Ramírez-Ávila, J.L. Deneubourg, J.L. Guisset, N. Wessel, J. Kurths, Firefly courtship as the basis of the synchronization-response principle, *EPL (Europhysics Letters)*, 94 (2011) 60007.
- [49] G.M. Ramírez-Ávila, J. Kurths, Unraveling the primary mechanisms leading to synchronization response in dissimilar oscillators, *The European Physical Journal Special Topics*, 225 (2016) 2487-2506.
- [50] G.M. Ramírez-Ávila, J. Kurths, J.L. Deneubourg, Fireflies: A Paradigm in Synchronization, in: M. Edelman, E.E.N. Macau, M.A.F. Sanjuan (Eds.) *Chaotic, Fractional, and Complex Dynamics: New Insights and Perspectives*, Springer International Publishing, Cham, 2018, pp. 35-64.
- [51] G.M. Ramírez-Ávila, J. Kurths, S. Depickère, J.-L. Deneubourg, Modeling Fireflies Synchronization, in: E.E.N. Macau (Ed.) *A Mathematical Modeling Approach from Nonlinear Dynamics to Complex Systems*, Springer International Publishing, Cham, 2019, pp. 131-156.
- [52] G.M. Ramírez-Ávila, A. Gapelyuk, N. Marwan, H. Stepan, J. Kurths, T. Walther, N. Wessel, Classifying healthy women and preeclamptic patients from cardiovascular data using recurrence and complex network methods, *Autonomic neuroscience : basic & clinical*, 178 (2013) 103-110.
- [53] G.M. Ramírez-Ávila, A. Gapelyuk, N. Marwan, T. Walther, H. Stepan, J. Kurths, N. Wessel, Classification of cardiovascular time series based on different coupling structures using recurrence networks analysis, *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 371 (2013) 20110623.
- [54] G.M. Ramírez-Ávila, Estudio teórico de la acción de radiaciones ionizantes en la dinámica poblacional de células cancerosas., *Revista Boliviana de Física*, 31 (2017) 25-34.
- [55] K. Wiesner, A. Birdi, T. Eliassi-Rad, H. Farrell, D. Garcia, S. Lewandowsky, P. Palacios, D. Ross, D. Sornette, K. Thébault, Stability of democracies: a complex systems perspective, *European Journal of Physics*, 40 (2019) 014002.
- [56] F. Schweitzer, *Sociophysics*, *Physics Today*, 71 (2018) 40-46.

- [57] M.A. Subieta Vásquez, G.M. Ramírez-Ávila, Extensión del proceso de Ornstein-Uhlenbeck para la descripción del crecimiento económico en una sociedad sujeta a amenaza delincriminal, *Revista Boliviana de Física*, 13 (2007) 87-97.
- [58] V. Subieta-Frías, G.M. Ramírez-Ávila, Caracterización de un modelo social discreto de toma de decisión basado en redes complejas, *Revista Boliviana de Física*, 31 (2017) 3-13.
- [59] C. Castellano, S. Fortunato, V. Loreto, Statistical physics of social dynamics, *Reviews of Modern Physics*, 81 (2009) 591-646.
- [60] A. Avila, J. Santamaria, M. Viana, Holonomy invariance: rough regularity and applications to Lyapunov exponents, *Asterisque*, 358 (2013) 13-74.