

Transporte de Rayos C3smicos en la Heli3sfera

K. Burgoa, N. Martinic, S. Bravo, R. Cabrera, M. Ramirez

Carrera de F3sica

La Paz, Bolivia

Resumen

Para poder explicar el transporte de Rayos C3smicos en la Heli3sfera imaginemos que se trata de una obra de teatro denominada "Teatro de los Rayos C3smicos en los dominios del Sol", para desarrollar la obra primero debemos referirnos a los personajes, el escenario y el idioma. **Personajes:** *Los rayos c3smicos gal3cticos*, part3culas energ3ticas que tratan de ingresar dentro de la Heli3sfera solo por sus atributos de energ3a. *El Sol*, generador de un flujo material coronal, constituido por iones y electrones, tambi3n fuente del campo magn3tico interplanetario. *El viento solar*, nombre asignado por Parker -narrador principal de la 3pica- al continuo fluir de la corona. **Escenario:** esta obra se desarrolla dentro de la Heli3sfera, el campo de estudio de la f3sica espacial. **Idioma de la obra:** el idioma en el cual est3 escrito este drama es el de la F3sica Estadística, Magnetohidrodinámica y la F3sica de Plasmas. La F3sica Estadística porque debemos describir en forma abreviada al sistema formado por un gran n3mero de grados de libertad as3 como los fen3menos de transporte; basada en la ecuaci3n cin3tica de Maxwell-Boltzmann, de la cual se deriva la ecuaci3n de Fokker-Planck y posteriormente la ecuaci3n de Parker que es la que est3 asociada a la descripci3n de los rayos c3smicos en esta obra. Magnetohidrodinámica y F3sica de Plasmas, porque se refieren al comportamiento de l3quidos o gases conductores, en nuestro caso el viento solar y los rayos c3smicos gal3cticos. En toda la obra se trata de averiguar cuanto y por que disminuye el n3mero de rayos c3smicos por unidad de 3rea, energ3a, y tiempo desde una distancia de 5 UA a 1 UA.

T3cnicamente hablando se calcula el flujo de rayos c3smicos a la distancia de 1 UA, resolviendo num3ricamente la ecuaci3n de Parker con condiciones de frontera a 5UA. Se analiza la variaci3n de flujo con el tensor de difusi3n, el radio de la heli3sfera, y principalmente con la velocidad del viento solar que nos da las curvas para el ajuste con los datos del sat3lite Mariner IV.

Abstract

In order to explain Cosmic Ray transportation in the heliosphere we should imagine that we are in a theater show called: "The cosmic ray show in the sun land". At first, to develop the show, we have to refer the actors, the scenery and the idiom on which the opera will be held. **Actors:** *The galactic cosmic ray*, energetic particles which try to get into the heliosphere only because of their energetic attributes. *The Sun*, generates a coronal material flux, which consists of ions and electrons, is also the source of the interplanetary magnetic field. *The solar wind*, name given by Parker -the main epic narrator -to the continuous coronal flow. **Escenario:** this show is developed into the heliosphere, the main subject of the spatial physics. **The show idiom:** the idiom on which this drama is the Statistical Physics, Magnetohydrodynamics and Plasma Physics. The Statistical Physics is necessary to describe in an abbreviated way, the system formed by many grades of freedom. The phenomenon transport theory which we are going to describe, is based on the Maxwell-Boltzmann kinetic equation, from such theory we derive the Fokker-Planck equation and then the Parker equation, which is associated to the cosmic ray description in this show. Magnetohydrodynamics and the Plasma Physics are necessary because they refer to the behavior of liquids or conductor gases, in our case, the solar wind and the galactic cosmic ray. This show deals with how and why the number of cosmic rays reduces by unit of area, the energy and the time from a distance of 5 UA to 1 UA.

From the theoretical point of view we calculate the flux of cosmic rays at 1 UA, solving numerically the Parker equation with boundary conditions at 5 UA. We analyze the flux variation using the diffusion tensor, heliosphere radius and mainly the solar wind velocity which give us curves to fit the data with data of Mariner IV satellite.

1 Introducción

Se da a conocimiento los rayos cósmicos que serán objeto de este estudio y el espectro de energía a una distancia de aproximadamente 5 UA, se explica el origen del plasma solar y la comprobación experimental de su existencia, el tratamiento físico-matemático que se realiza en los plasmas y con aproximaciones en las ecuaciones de movimiento se calcula la velocidad del viento solar en función de la distancia, se comprueba experimentalmente que el valor encontrado es un promedio de los valores que fueron encontrados por el Mariner II. Se menciona el comportamiento del campo magnético frente al plasma solar, se explica el hecho de como un plasma puede "congelar" al campo magnético. Individualizando a una partícula se estudia la trayectoria que tendrá en presencia de un campo electromagnético, se expone el método desarrollado por Parker para hallar una ecuación analítica del campo magnético interplanetario (CMI) y con esta ecuación se hallan las líneas de inducción, por último se explica la estructura sectorial, esto aparece por que, $\nabla \cdot \mathbf{H} = 0$. En la descripción de la ecuación cinética de Maxwell-Boltzmann se analizan procesos irreversibles debido al carácter estadístico de los mismos, luego se pasa a la ecuación de Fokker-Planck donde la integral de colisiones tiene la forma de divergencia de

un vector y por último considerando las pérdida de energía de los rayos cósmicos se consigue hallar la ecuación de Parker que describirá el transporte de la radiación cósmica. Considerando caso estacionario y simetría esférica en la ecuación de Parker se halla la solución numérica, pero antes se hace una digresión sobre el tensor de difusión, donde se analiza el movimiento de deriva y se explica que sólo se considera el transporte en la dirección paralela a las líneas de campo magnético. Se explica como son detectados los rayos cósmicos y posteriormente se pasa a ver el ajuste de datos a las curvas, con los valores de los parámetros para la ecuación de Parker correspondientes. Luego nos dedicamos a mostrar que el proceso de difusión pura, está relacionado con el problema del "random walk" y usando el método de Montecarlo se simula el ingreso de la radiación galáctica a largo de la espiral de Arquímedes, deformada por el viento solar lo que origina los centros de dispersión (inhomogeneidades del campo magnético interplanetario), donde la partícula decide aleatoriamente seguir de largo o retroceder.

2 Radiación cósmica

No se considera la radiación cósmica solar, que ahora se conoce como partículas energéticas solares, estas son in-

dividuales de energías mucho mayores que las del viento solar y semejantes a las más bajas energías de la radiación cósmica galáctica, tampoco se considera la radiación cósmica anómala (que ahora esta muy de moda) y que se cree generada en el sistema solar, principalmente en Júpiter. Las estrellas y la materia interestelar no están distribuidas uniformemente por todo el universo sino que se condensan en galaxias. Nuestra propia galaxia contiene alrededor de 100 mil millones de estrellas. La mayoría de ellas, especialmente las más jóvenes y más activas ocupan un volumen plano moldeado de la forma aproximada de una piedra de moler con una protuberancia en el medio.

El diámetro del disco galáctico es de 10^5 años luz aproximadamente, y su espesor es de pocos centenares de años luz. Además de las estrellas en este volumen existe mucho gas y polvo interestelares. El disco, sin embargo, está rodeado de un halo, de forma mas o menos esférico, formado por estrellas viejas y gas muy diluido. Es natural suponer que los rayos cósmicos se producen en las galaxias y no en los espacios casi vacíos que hay entre estrellas. Si eso fuese así entonces la mayor parte de la radiación cósmica observada vendría de nuestra propia galaxia. Las otras galaxias, debido a su gran lejanía contribuirán solo con una pequeña fracción

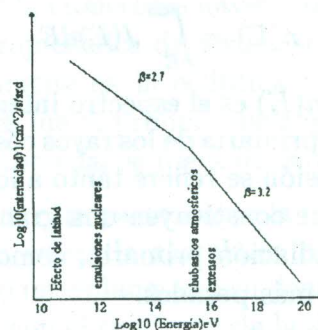


Figura 1: Espectro diferencial de energía.

del flujo de rayos cósmicos, así como contribuyen con una pequeña fracción al flujo de luz en el cielo nocturno. Es presumible, en consecuencia que las fuentes de rayos cósmicos estén también distribuidas inhomogeneamente, pero debido a la existencia de campos magnéticos en la galaxia, la intensidad de la radiación cósmica que llega a la tierra de las diferentes partes del cielo no varían en mas de una fracción de 1%. La distribución de la intensidad de los rayos cósmicos se representa por un espectro de energía. La intensidad se determina midiendo el número de partículas cuya energía es mayor que un cierto valor mínimo E . El espectro diferencial de energía $J(E)dE$ indica por tanto el flujo de partículas en una región de energía comprendida entre E y $E + dE$, puede derivarse del espectro integral.

De acuerdo con esta definición:

$$n(E) = \int_E^{\infty} J(E) dE \quad (1)$$

donde $n(E)$ es el espectro integral de energía primaria de los rayos cósmicos, la expresión se refiere tanto a los protones que constituyen una gran parte de la radiación primaria, como a los núcleos más pesados.

La distribución de energía, o sea la forma de su espectro, se puede presentar por una ley potencial:

$$J(E) = k \left(\frac{E}{E_0} \right)^{-\beta} \quad (2)$$

donde k es una constante y β índice o pendiente del espectro que se determina por varios métodos según las diferentes regiones de energía.

La Fig.(1) muestra la topología del espectro diferencial de energía de la radiación cósmica. El exponente de energía, como se puede ver en la fig.(1), va desde energías de 10^6 eV hasta un poco más de 10^{15} eV con un valor de $\beta = 2.7$, luego hasta aproximadamente 10^{19} eV, $\beta = 3.2$. El espectro tiene una estructura fina desde el punto de vista de la composición química de los rayos cósmicos corpusculares. Vale la pena también indicar que la representación de las abscisas en la fig.(1) se encuentra escrito como energía, ya sea total o cinética (ya que a este rango ambas son indistinguibles) por unidad de nucleón.

El rango de energía en que se hizo todo este estudio es de $[10^6, 10^{13}]$ eV,

por tanto $\beta = 2.7$. Reemplazando (2) en (1) y evaluando la integral en el intervalo $[E, \infty]$, donde $J_{\infty} \rightarrow 0$, tenemos:

$$n(E) = \frac{kE_0}{\beta - 1} \left(\frac{E}{E_0} \right)^{-\beta+1} \quad (3)$$

El valor de $n(E)$, encontrado por el *Mariner IV* y otras sondas espaciales, en aproximadamente 5 UA es de 3 partículas(p)/min/cm², para el intervalo de energías anteriormente mencionado. Para hallar el valor de k reemplazamos en (3) este valor; $n(E_0) = 0.05$ p/s/cm², por lo cual el flujo será:

$$J(E) = \frac{0.085}{E_0} \left(\frac{E}{E_0} \right)^{-2.7} \quad (4)$$

Este resultado encontrado nos servirá posteriormente para las condiciones iniciales y de frontera en el cálculo numérico.

3 Viento Solar

Hasta los años 50 se creía que la corona, por ser la capa más externa del sol debería ser la más fría, esto resulta lógico dado que la energía del Sol se genera en su núcleo y todos sabemos que mientras más lejos se esté de la fuente de calor, menor calor se percibirá.

Sin embargo no es así: en 1939 Walter Grotrian y más tarde Bengt Edlén; en Suecia, comprobaron que la

corona es mucho mas caliente (temperaturas de 1 o 2 millones de grados Kelvin), en la actualidad existen dos bandos en competencia; los que argumentan que el calentamiento es producido por ondas que se generan en los gránulos y viajan hacia arriba y los que argumentan que se debe a corrientes generadas en el material coronal [7]

Un gas tan caliente como el de la corona no puede quedar confinado en una capa alrededor del sol, si no que se espera que se extienda mucho mas lejos, ya que la atracción gravitacional del sol no es capaz de retenerlo.

A finales de los años 50 habían dos imágenes respecto a la extensión de la corona: una estática, defendida principalmente por S.Chapman y una dinámica defendida por E.N.Parker, ambos físicos estadounidenses.

En la imagen estática la corona debería simplemente extenderse hasta muy grandes distancias; en la imagen dinámica, la corona debería fluir, esto es, debería estar escapando de forma continua del Sol como el vapor de una tetera en ebullición. Los resultados de Parker no fueron bien recibidos y muchos científicos preferían la *imagen de una corona estática*. Pero en 1959 las observaciones de las naves LUNIK II y III dieron el triunfo a Parker, detectando en el medio interplanetario un flujo de iones provenientes del Sol a más de un millón de

kilómetros por hora. A partir de los años 60, numerosas naves han medido las propiedades de viento solar principalmente en la eclíptica y en 1993 Ulyses fue la primera nave que midió sus propiedades fuera de este plano.

Por otra parte, como la corona solar se expande radialmente hacia el medio interplanetario su densidad decrece con el cuadrado de la distancia. A la altura de la orbita de la Tierra está densidad es del orden de 10 partículas por cm^3 .

Desde muy cerca del Sol la densidad del viento solar están baja que el camino libre medio de las partículas (del plasma solar)es muy grande, del orden de 1 UA. En estas condiciones el plasma del viento solar se considera un *plasma sin colisiones*. En el plasma del medio interplanetario se propagan una variedad de ondas. En términos generales, el plasma del viento solar se comporta como un fluido, es evidente que en el plasma se dan formas de comunicación entre sus partículas que no implican colisiones coulombianas.

No se entrará en detalles respecto a estas formas, pero se cree que es la presencia del campo magnético solar que *el viento arrastra en su interior lo que añade "cohesión"* al diluido plasma interplanetario.

3.1 Velocidad en función de la distancia

Consideremos la propagación de pequeñas perturbaciones en un medio conductor homogéneo que se encuentra en un campo magnético homogéneo. Admitiremos que la viscosidad, la conductividad calorífica y la resistencia eléctrica¹ del medio son tan pequeñas, que en primera aproximación pueden prescindirse de la influencia de la disipación de energía ligado con ello la propagación de las perturbaciones. Entonces las perturbaciones se propagarán en forma de ondas no amortiguadas.

Se debe añadir la fuerza externa debida al potencial gravitacional ϕ (potencial por unidad de masa). De manera que nuestras ecuaciones se convierten en:

$$\nabla \cdot \mathbf{H} = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{H}) \quad (6)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \mathbf{v}) = 0 \quad (7)$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = -\frac{\nabla P}{\rho} + \frac{1}{2\pi\rho} (\nabla \times \mathbf{H}) \times \mathbf{H} - \nabla\phi \quad (8)$$

En lo que concierne a la ecuación para la entropía esta se reduce a en-

¹El hecho de aceptar un medio con estas condiciones nos llevará al concepto de campos magnéticos congelados que veremos en el capítulo siguiente

tropía constante lo cual significa un proceso politrópico, entonces:

$$P\rho^{-n} = \text{const. con } n = \frac{C - C_p}{C - C_v} \quad (9)$$

Y si ahora consideramos un campo magnético constante y el caso estacionario tenemos que (5) y (6) se cumplen, de (7) y (8) obtenemos ecuaciones mas simples:

$$A\rho v = \text{const.} \\ \nabla\left(\frac{1}{2}v^2 + \phi\right) + \frac{\nabla P}{\rho} = 0 \quad (10)$$

La segunda ecuación presenta un problema ya que la densidad no es constante y no hay forma de que ingrese dentro del gradiente, por tanto recurriremos a una presión \tilde{P} que cumpla este requisito, es decir:

$$\nabla\tilde{P} = \frac{\nabla P}{\rho} \quad (11)$$

Por tanto tendremos que:

$$\nabla\left(\frac{1}{2}v^2 + \phi + \tilde{P}\right) = 0 \quad (12)$$

Como el potencial por unidad de masa es $\phi = -GM_{\odot}/l$, con esto en (12) tenemos:

$$\frac{1}{2}v^2 + \frac{P_0}{\rho_0} \left(\frac{n}{n-1}\right) \times \left(\frac{v}{v_0} \frac{1}{z^s}\right)^{n-1} - \frac{aGM_{\odot}}{z} = \text{const.} \quad (13)$$

Para hallar el valor de la constante debemos evaluar la ecuación en "a", el radio de la corona solar.

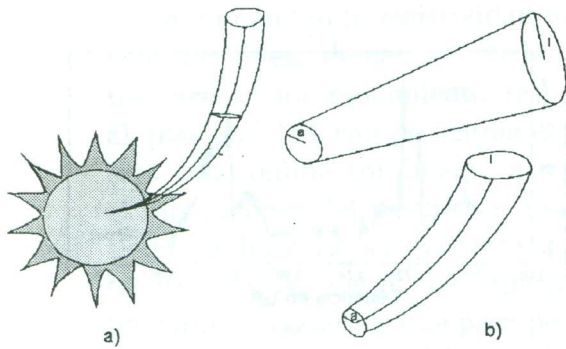


Figura 2: Los tubos de flujo formado por líneas de corriente, no son radiales.

Como vemos esta es una ecuación trascendente en v y para poder saber el valor de v en función de la distancia ($z = r/a$) debemos resolver la ecuación por métodos numéricos.

Como se puede observar en las gráficas el comportamiento de la velocidad del viento solar, aumenta rápidamente cerca del Sol y llegando a velocidades supersónicas a unos cuantos radios solares pero luego va manteniendo su velocidad constante, alrededor de 400 Km/s.

3.2 El Mariner II y las primeras mediciones de viento solar

Este descubrimiento del viento solar cambio por completo el panorama que hasta entonces se tenía del medio interplanetario, el Mariner 2 fue la primera misión espacial que logró apro-

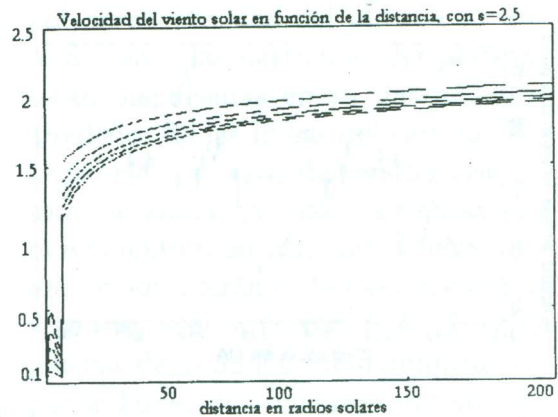
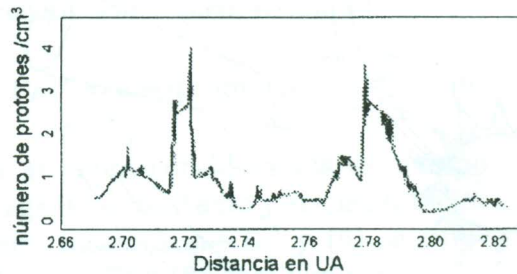
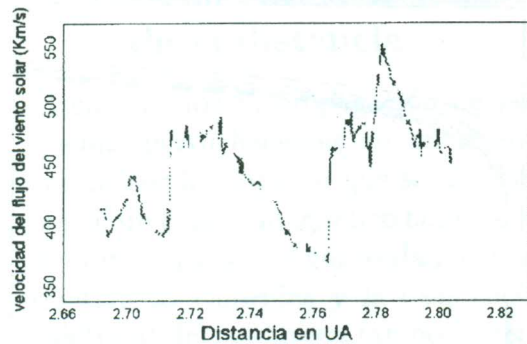


Figura 3: Variación de la velocidad del viento solar en función de la distancia hasta 210 radios solares, aproximadamente 1UA, las unidades son de 200 Km/s, las diferentes curvas son para $v(a) = 10 - 60$ Km/s

ximarse a otro planeta. La nave fue lanzada un 27 de agosto de 1962 en un cohete Atlas-Agena y se dirigió a Venus. Esta nave espacial hizo las primeras mediciones in-situ del viento solar que permitieron estudiar este plasma en detalle.

Las siguientes gráficas fueron obtenidas de la revista *Skylab* N° 5.



En la figura se observa la velocidad del flujo del viento solar en km/s. Esta gráfica nos dice que el viento solar tiene corrientes rápidas y lentas que en este caso varían entre 350 y 550 Km/s.

Estas corrientes de distintas velocidades están asociadas con diferentes regiones de la atmósfera del Sol, las cuales, debido a la rotación solar, eventualmente se superponen en la línea imaginaria entre el Sol y la nave. Estos vientos de distintas velocidades producen una dinámica de gran escala muy interesante en el medio interplanetario donde corrientes de viento rápido alcanzan a corrientes de viento lento causando regiones de compresión (en la gráfica hay un par de ejemplos de estas regiones de compresión y se las puede identificar por los abruptos incrementos de densidad entre las corrientes lentas y rápidas de viento solar).

En la figura se observa la densidad del viento solar, la cual se mide en número de protones por cm^3 (el viento está conformado principalmente por protones y electrones libres). A 2.7 UA, donde se encontraba la nave el viento solar tiene una tenue densidad de aproximadamente 1 proton por cm^3 ; entonces uno se pregunta ¿cómo es que un plasma con una densidad tan tenue sea interesante?. La respuesta tiene que ver con el campo magnético solar que es acarreado por el viento solar y por que estamos hablando a escalas interplanetarias.

4 Campo Magnético

El concepto de campos congelados es importante en el estudio hidromagnético de los plasmas, por que proporciona una manera más fácil de ver la relación entre el plasma conductor y el campo. Si un elemento de plasma sufre un desplazamiento o un cambio en su forma o en su densidad, el flujo magnético que lo atraviesa debe permanecer constante.

Si en cambio la resistividad no es cero, las líneas de campo pueden experimentar un movimiento respecto al plasma. El campo entonces, no está constreñido totalmente a seguir el movimiento del plasma; y aunque tiende a hacerlo, se desliza lentamente a través de él. La rapidez de un campo magnético que pasa por un plasma es igual a la difusión de un plasma a través de un campo magnético y está determinada por la resistividad y las dimensiones del plasma.

La explicación macroscópica de la difusión de un plasma en campos magnéticos se apoya en las características de las partículas del plasma, cualquier cálculo o explicación referente a la resistividad $\eta = 1/\sigma$ (σ : es la conductividad) debe hacerse en términos de los movimientos de las partículas. La resistividad de un material conductor se debe a las colisiones entre las partículas que forman el material. Si estas colisiones no tienen lugar, las partículas pueden responder a campos magnéticos o eléctricos aplicados sin ningún impedimento, entonces los iones y electrones de un plasma de resistividad nula (sin colisiones) se moverán en trayectorias helicoidales alrededor de las líneas de campo magnético que afectan al plasma.

En ausencia de colisiones que puedan desorganizar este movimiento, el plasma no podrá desplazarse respecto al campo. En cambio, si hay colisio-

nes, la resistividad del plasma ya no será nula y las partículas del plasma serán dispersadas en su movimiento alrededor de las líneas del campo. El hecho de que esta dispersión sea al azar ocasiona que las partículas en movimiento sean atrapadas sucesivamente por diferentes líneas del campo y se dispersen a través de él. En un plasma de conductividad infinita no puede haber movimiento relativo entre el campo y el plasma.

4.1 Partícula en un campo electromagnético

Ya se mencionó anteriormente que los iones y electrones de un plasma de resistividad nula (sin colisiones) se moverán en trayectorias helicoidales. Esto es debido a que la partícula cargada se mueve con v_p (el subíndice p significa que se está hablando de la partícula), en una combinación de campos eléctricos \mathbf{E} (para las gráficas es en la dirección del eje z) y magnéticos \mathbf{H} (dirección del eje x). Consideramos que ambos son uniformes, estáticos y perpendiculares, la ecuación de fuerzas para esta partícula es:

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = e \left(\mathbf{E} + \frac{\mathbf{v} \times \mathbf{H}}{c} \right) \quad (14)$$

$$\frac{d\epsilon}{dt} = e\mathbf{v} \cdot \mathbf{E} \quad (15)$$

donde \mathbf{v} y ϵ es la velocidad y energía de la partícula respectivamente. La ecuación (15) nos manifiesta que la

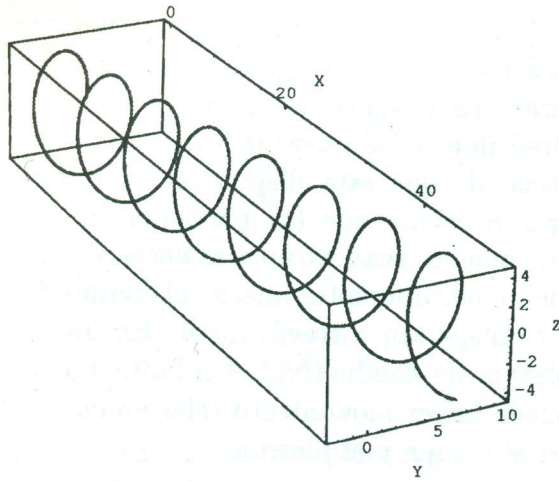


Figura 4: Trayectoria de un proton en una combinaci3n de campos el3ctrico y magn3tico, $E < H$

energía de la partícula no es constante con el tiempo por tanto no podemos obtener una ecuaci3n sencilla para la velocidad. Pero podemos hallar las ecuaciones de movimiento mediante una transformaci3n de Lorentz que nos lleve a un sistema K' (donde todo es $'$) que se mueve con una velocidad u respecto al sistema original.

Elegimos el sistema K' de manera tal que en el no exista campo el3ctrico, o sea $E' = 0$ y solo actúe el campo magn3tico H' dirigido en la misma direcci3n que H pero mas débil en un factor γ^{-1} . Despu3s de realizar las operaciones (ap3ndice A) en el sistema K' (donde la partícula se

moverá circularmente), mediante las transformaciones de Lorentz para las coordenadas y el tiempo, hallamos las siguientes ecuaciones de movimiento:

$$y = \gamma \left(a \cos \omega \gamma \left(t - \frac{\beta}{c} \gamma y \right) + \beta c \gamma \left(t - \frac{\beta}{c} y \right) \right) \quad (16)$$

$$z = a \sin \omega \gamma \left(t - \frac{\beta}{c} \gamma y \right) \quad (17)$$

$$\text{donde: } \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}, \beta = \frac{u}{c} = \frac{E}{Hc}$$

$$\omega = \frac{c(H^2 - E^2)}{\epsilon_0 H \gamma_p \left(1 - \frac{E\beta_p}{H} \right)}$$

$$a = \frac{v'_p}{\omega} = \frac{\epsilon_0 H \gamma_p \left(\beta_p - \frac{E}{H} \right)}{H^2 - E^2}$$

Con las ecuaciones de movimiento ya se puede graficar la trayectoria de la partícula, obteniendo y en funci3n t de la ecuaci3n (16) (trascendente en y) y ya con estos dos valores se calcula la coordenada z de la ecuaci3n (17). En las gráficas se realiz3 el c3lculo para el caso especial de una partícula de energía $10^{10} eV$ en un campo magn3tico $B = 2 \times 10^{-4} G$ y un campo el3ctrico de magnitud 1.5×10^{-4} unidades gaussianas.

4.2 Campo Magn3tico de Parker

Parker en 1968 desarroll3 el primer modelo del campo magn3tico interplanetario (CMI) sobre bases muy simplistas. Despreci3 el efecto del campo magn3tico sobre la expansion de la

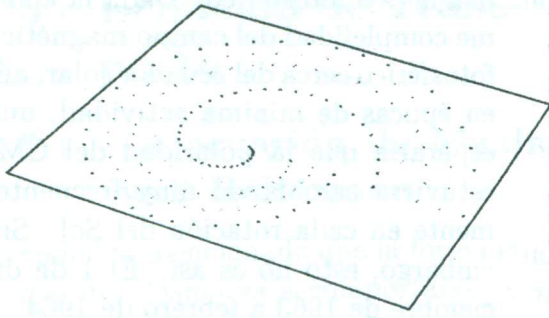


Figura 5: El CMI espiral en el plano del ecuador solar. Si el Sol no girara, la estructura del campo magnético transportado por el viento solar sobre el plano del ecuador solar (aproximadamente el plano de la eclíptica) tendría una configuración radial

corona y construyo el CMI esperado para una expansión radial del viento solar con simetría esférica, tomando en cuenta la rotación del Sol. En términos generales, esta es una buena aproximación del campo promedio, de gran escala o por encima de la superficie de la fuente, pero como considera una estructura homogénea y estacionaria del viento solar, es incapaz de reproducir las irregularidades y las fluctuaciones del CMI que se superponen a la magnitud y a la dirección del campo promedio. Tampoco puede describir los eventos transitorios de gran escala en los que el CMI en la eclíptica puede incluso ser totalmente perpendicular a este plano.

Además, se ha ignorado que el flujo del viento solar no es homogéneo, sino que está compuesto de regiones de viento rápido y lento que pueden interactuar entre si en el espacio interplanetario, debido a la rotación del Sol.

Dado que la expansión del plasma solar por encima de la superficie fuente es radial y el viento arrastra consigo al campo magnético, si el Sol no girara, las líneas de campo que el viento solar extendería hacia el medio interplanetario serían radiales. Pero como el Sol si gira, la estructura del CMI sería de líneas espirales ancladas en el Sol. Si consideramos que el eje de rotación del Sol es perpendicular al plano de la eclíptica, las líneas de campo sobre este plano se verían como las que se muestran en la figura (5). Estas curvas se conocen como espirales de Arquímedes y se generan como resultado de un movimiento radial, de velocidad constante del fluido, más un movimiento rotacional, con velocidad angular también constante, de su fuente (como en el caso de un aspersor de agua de jardín).

El valor del campo magnético es:

$$\mathbf{H} = \frac{A(r, \theta, \phi; t)}{r^2} \left[e_r - \frac{\Omega r \sin \theta}{v} e_\phi \right] \quad (18)$$

$$A = a^2 H_{r0}(a, \theta, \phi - \Omega t + \frac{\Omega}{v}(r-a)) \quad (19)$$

donde "a" es el radio de la corona

solar y Ω es la velocidad angular con que rota el Sol.

4.3 La estructura sectorial del campo

Como puede verse de la contraste con las observaciones, el modelo de Parker predice en muy buena aproximación la dirección sobre la eclíptica y la magnitud promedio del CMI a la distancia de la órbita de la Tierra. Sin embargo, este modelo no dice nada acerca de la polaridad del campo (positiva si las líneas magnéticas salen del Sol y negativa si las líneas regresan a él). Como el magnético neto que sale del Sol debe ser cero para satisfacer una de las ecuaciones de Maxwell $\nabla \cdot \mathbf{H} = 0$, en el medio interplanetario deben haber zonas de ambas polaridades, dependiendo de la polaridad del campo magnético solar que sea transportado desde cada punto Alhuwalia y Dessler [10] (1962) sugirieron que la polaridad del CMI podría estar relacionada con las observaciones del campo magnético fotosférico y sugirieron que el CMI espiral debería de estar dividido en tubos de polaridades distintas.

La primera evidencia del origen solar del CMI fue obtenida por Ness y Wilcox (1964) quienes mostraron que la dirección del CMI tenía una periodicidad de 27 días y que correlacionaba relativamente bien con el campo

magnético fotosférico. Dada la enorme complejidad del campo magnético fotosférico cerca del ecuador solar, aún en épocas de mínima actividad, uno esperaría que la polaridad del CMI estuviera cambiando muy frecuentemente en cada rotación del Sol. Sin embargo, esto no es así. El 1 de diciembre de 1963 a febrero de 1964 (aproximadamente tres rotaciones solares) que mostraron la presencia de solamente cuatro enormes sectores de polaridad alternante (Wilcox y Ness, 1965). Esta estructura sectorial corrotta con el Sol y barre a la Tierra con un período de aproximadamente 27 días (el período de rotación del ecuador solar visto desde la Tierra que se desplaza a lo largo de su órbita). El número de sectores por rotación solar puede ser de dos o cuatro y hasta ocasionalmente de seis. Tritakis 1979 mostró que esta variación está asociada al ciclo solar. Existe una estructura bien establecida de dos sectores en promedio; por el contrario, durante los años intermedios es más prominente la estructura de cuatro.

5 Ecuación de Transporte

5.1 La ecuación de Maxwell Boltzmann

Se había mencionado que la forma en que un plasma va a comportarse; en este caso ya no el viento solar sino los rayos cósmicos, se deduce de las interacciones de las partículas con el campo magnético. También ya se mencionó que su tratamiento físico se denomina *teoría cinética del plasma*, en la sección 2.3 se dijo que varios físicos y matemáticos habían desarrollado ya esta teoría cinética del plasma hasta un alto grado de complejidad pero que por fortuna el comportamiento del plasma podía considerarse como el de un fluido. Pero ahora necesitamos analizar esta teoría cinética del plasma para poder hallar de la ecuación de transporte de los rayos cósmicos.

La termodinámica estadística y la física cinética parten del punto inicial de la teoría cinética de los gases, creada por Maxwell y Boltzmann en la primera mitad del siglo XIX. Partiendo precisamente del ejemplo del gas, que es uno de los sistemas físicos más simples elementales, resulta fácilmente comprensible la relación entre la termodinámica estadística y la física cinética que son las dos partes componentes de la física estadística.

La función de distribución de Maxwell-Boltzmann $f_0(\mathbf{x}, \mathbf{p})$ determina, después de multiplicar por $d^3x d^3p$, el número de partículas coordinadas e impulsos que están comprendidos en los intervalos $d^3x d^3p$ en la proximidad de los valores dados de x y p al pasar un largo tiempo (en comparación con el tiempo de relajación) cuando el gas llega al estado de equilibrio estático, esta función tiene una forma sencilla, pero el problema se presenta cuando los tiempos son menores que el tiempo de relajación, no sabemos cómo se comportará la función de distribución y cómo ocurre el paso límite a la distribución de Maxwell-Boltzmann. Esta cuestión se considera la más elemental y al mismo tiempo la fundamental de la **física cinética**. Ella fue resuelta por Boltzmann que estableció la ecuación que satisface la función no equilibrada de distribución de una partícula $f(x, p; t)$ para el caso del gas con pequeña densidad, como es el caso de rayos cósmicos. Esta ecuación denominada ecuación cinética de Boltzmann, tiene la forma siguiente:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}} + \mathbf{F} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{p}} = \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_c \quad (20)$$

donde $\mathbf{v} = \mathbf{p}/m$ es la velocidad de la partícula, $\mathbf{F} = -\partial U/\partial \mathbf{x}$ es la fuerza exterior que actúa sobre la partícula y $(\partial f/\partial t)_c$ es la llamada integral de choques (colisiones). La función de distribución (después de multiplicarla por $d^3x d^3p$) determina el número de partículas cuyas coordenadas e im-

pulsos están comprendidos en el intervalo $d^3x d^3p$ durante el tiempo t y satisface la condición de normalización.

$$\int d^3x d^3p f(\mathbf{x}, \mathbf{p}, t) = N \quad (21)$$

los sumandos $\mathbf{v} \partial f / \partial \mathbf{x}$ y $\mathbf{F} \partial f / \partial \mathbf{p}$ que entran en la ecuación cinética determinan el cambio de la función de distribución, condicionado por la entrada o salida de las partículas en el elemento espacial $d^3x d^3p$ de coordenadas e impulsos como resultado del movimiento de las partículas bajo la acción de la fuerza exterior. La magnitud $(\partial f / \partial t)_c$ determina el cambio de la función de distribución condicionada por la interacción de las partículas del gas la una sobre la otra (al decir la una sobre la otra nos referimos a los rayos cósmicos y a los centros de dispersión de las inhomogeneidades del campo magnético) si no es grande la densidad del gas, como en nuestro caso, entonces sólo son importantes las colisiones pares y la integral de choques tiene la forma:

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_c = \int d^3p_1 \int d\Omega |\mathbf{v} - \mathbf{v}_1| \sigma(\theta, \mathbf{v} - \mathbf{v}_1) (f' f'_1 - f f_1) \quad (22)$$

Aquí \mathbf{p} y \mathbf{p}_1 son los impulsos de dos partículas cualesquiera antes del choque, \mathbf{p}' y \mathbf{p}'_1 son los impulsos de estas mismas partículas después del choque, ligadas con \mathbf{p} y \mathbf{p}_1 por los principios de conservación del impulso y la energía; $d\sigma = \sigma(\theta, \mathbf{v} - \mathbf{v}_1) d\Omega$ es la sección diferencial de dispersión en el ángulo

sólido $d\Omega$ (θ es el ángulo entre los vectores $\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}$ y $\mathbf{p}'_1 - \mathbf{p}'$) y $f = f(\mathbf{x}, \mathbf{p}_1, t)$. Está claro que las magnitudes de los impulsos de las partículas se determinan unívocamente por las magnitudes $(\mathbf{p}, \mathbf{p}_1, \theta)$.

En la integral de colisiones vemos que entra la sección de dispersión, es decir, una magnitud que tiene carácter probabilista. Semejantes magnitudes no entran en ninguna de las ecuaciones dinámicas de la mecánica. De tal modo que se puede decir que la formulación de la ecuación cinética exige introducir un nuevo concepto, en principio, para la mecánica, o sea, el concepto de probabilidad. Por otra parte, la irreversibilidad de los procesos cinéticos también tiene un carácter probabilista. por eso, es natural que la ecuación cinética sea aquel aparato matemático que permita investigar los procesos irreversibles en los gases y determinar los coeficientes cinéticos de un gas, es decir, los coeficientes de conductividad térmica, viscosidad y difusión.

5.2 Ecuación de Fokker-Planck

La ecuación de Fokker-Planck es una ecuación cinética para partículas que interaccionan con el medio. Los rayos cósmicos que interaccionan con los centros de dispersión de las inhomogeneidades del campo magnético.

En caso de débil interacción, los impulsos de las partículas en cada choque sufren cambios pequeños y por eso, cualquier proceso cinético en un sistema con débil interacción entre las partículas será lento. También en este caso la integral de colisiones tiene la forma de la divergencia, en el espacio de impulsos de un determinado vector, que es la corriente de choques y que representa en si un operador integral en relación con la función de distribución. La estructura de la corriente de colisiones se simplifica considerablemente y en lugar de ser operador integral se hace operador diferencial, si se examinan las colisiones de las partículas, **no unos con otros**; sino con ciertos objetos extraños, en particular, con las partículas que no entran en composición del sistema examinado y que se encuentra en estado de equilibrio estadístico.

$$\frac{\partial f}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial \xi_i}(A_i(\xi)f) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial \xi_i \partial \xi_k}(B_{ik}(\xi)f) \quad (23)$$

Esta ecuación diferencial se la conoce con el nombre de la ecuación de Fokker-Planck. Ella es justa en el caso, cuando las variables dinámicas características de la partícula cambian lentamente al dispersarse las partículas y la propia difusión se realiza en los objetos extraños cuyos estados se consideran completamente dados.

5.3 La ecuación de Parker

La ecuación de Boltzman es una ecuación general de la cual se deriva la ecuación de Fokker-Planck para los procesos lentos, ahora veamos que el transporte del gas de rayos cósmicos que intenta ingresar dentro de la heliósfera es descrito muy bien por esta ecuación.

El plasma solar como ya dijimos está en continua dinámica, transportando al campo magnético solar juntamente con sus centros de dispersión (debidos a sus inhomogeneidades), todo este medio se encuentra en equilibrio estadístico como ya se vió en el capítulo 2 al hacer el análisis de la expansión adiabática del viento solar. Para la ecuación de Fokker-Planck la integral de colisiones tiene la forma de divergencia de un vector, el vector en este caso será de la velocidad del viento solar, v_i , ya que es con esta velocidad que los centros de dispersión viajan (no olvidemos que los rayos cósmicos al ingresar dentro de la heliósfera colisionan con estos). Las variables ξ_i en este caso serán las coordenadas x_i cuyo origen esta en el centro del Sol.

Parker [21, 22] demostró que la energía cinética del gas de rayos cósmicos puede disminuir debido a una expansión del viento solar con velocidad v . Esta expansión involucra un enfriamiento del gas de rayos cósmicos de tal modo que la rapidez de la pérdi-

da de energía es proporcional a la divergencia del viento solar multiplicada por la energía media de los rayos cósmicos. La ecuación que describe este fenómeno conocido como *deceleración adiabática* es:

$$\frac{1}{T} \frac{dT}{dt} = -\frac{\alpha(T)}{3} \frac{\partial v_i}{\partial x_i} \quad (24)$$

donde $\alpha(T) = (T + 2E_0)/(T + E_0)$. Para partículas no relativistas $\alpha = 2$ y para partículas relativistas $\alpha = 1$. Si $U(\mathbf{x}, T, t)$ representa la probabilidad de distribución de energías entonces la función de distribución será

$$f = \int_0^\infty dT U(\mathbf{x}, T, t) \quad (25)$$

por tanto la ecuación (23) tendrá la forma

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (U v_i) + \frac{\partial}{\partial T} (U \frac{\partial T}{\partial t}) \\ - \frac{\partial}{\partial x_i} (\kappa_{ij} \frac{\partial U}{\partial x_j}) = 0 \end{aligned} \quad (26)$$

Usando la ecuación (24) en (26) lo que se obtiene es:

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (U v_i) - \frac{1}{3} \frac{\partial v_i}{\partial x_i} \frac{\partial}{\partial T} (\alpha T U) \\ - \frac{\partial}{\partial x_i} (\kappa_{ij} \frac{\partial U}{\partial x_j}) = 0 \end{aligned} \quad (27)$$

Esta es la ecuación de transporte de los rayos cósmicos encontrada por Parker en 1957.

6 Solución Numérica

La ecuación de Parker para el caso estacionario con simetría esférica y para los rayos cósmicos que se propagan en forma paralela a las líneas del campo magnético, tendrá la forma:

$$\begin{aligned} \frac{v}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 U) - \frac{2v}{3r} \frac{\partial}{\partial T} (U T \alpha(T)) \\ - \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (\kappa r^2 \frac{\partial U}{\partial r}) = 0 \end{aligned} \quad (28)$$

desarrollando las derivadas y sumando términos iguales en la ecuación (28) tenemos:

$$\begin{aligned} \kappa \frac{\partial^2 U}{\partial r^2} + \left(v + \frac{k}{r} + \frac{\partial \kappa}{\partial r} \right) \frac{\partial U}{\partial r} + \frac{2v}{r} \\ \left(1 - \frac{1}{3} \left(T \frac{d\alpha}{dT} + \alpha \right) \right) U - \\ \frac{2v\alpha T}{3r} \frac{\partial U}{\partial T} = 0 \end{aligned} \quad (29)$$

Considerando el tensor como $\mathbf{K} = \kappa \mathbf{I}$ se puede escribir la contracción en coordenadas esféricas como:

$$\nabla \cdot (\kappa \nabla U) = 1/r^2 \partial (\kappa r^2 \partial U / \partial r) / \partial r$$

que significa restringirnos sólo a hablar de los rayos cósmicos que vienen paralelos a las líneas de campo magnético, ya que al considerar la forma anterior del tensor como válida decimos que es un tensor diagonal y por tanto simétrico. Es como separar al tensor en su parte simétrica más su antisimétrica; lo que se puede realizar matemáticamente, pero como sabemos que la parte antisimétrica del

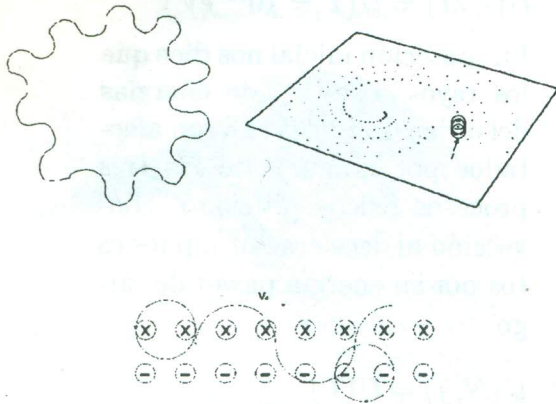


Figura 6: Los rayos cósmicos que realizarán el movimiento de deriva dependen de su energía porque les designará su radio de curvatura (capítulo 3 sección 3.1.1[24])

tensor de difusión siempre está relacionada con movimientos rotacionales, será como describir a los rayos cósmicos perpendiculares a las líneas de campo, ya que son precisamente estos los que realizan el movimiento denominado de deriva debido a su radio de curvatura, estos pueden sentir un gradiente de campo debido al cambio de signo en las líneas (por la estructura sectorial de CMI) por lo cual estos llegarán a tener un movimiento de turbación acanalada (como el "TUTU" de una danzarina de ballet) observado en la figura (6).

Nosotros solo nos dedicaremos a los rayos cósmicos paralelos a las líneas de campo, por tanto los valores que tomará κ serán [16]:

$$\kappa \cong \kappa_0 R^{1/2} \beta \quad ; R < 1GV \quad (30)$$

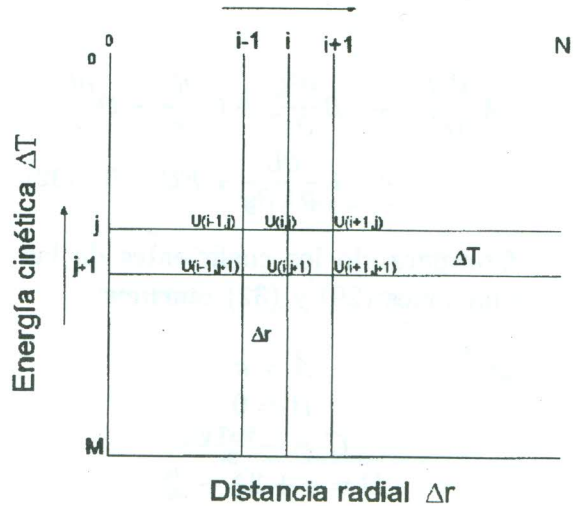


Figura 7: La distancia radial se discretizo linealmente es decir $r = i\Delta r + r_0$, pero para la energía cinética se discretizó como $T = E_0 \tan^2(j\Delta y)/2$ esto debido a que no podemos avanzar linealmente en las energías desde 10^6 hasta $10^{13}eV$

$$\kappa \cong \kappa_0 R^2 \beta \quad ; R \geq 1GV \quad (31)$$

donde R es la rigidez definida como $R = pc/e = \sqrt{T(T + 2E_0)}/e$ y $\beta = \omega/c = \sqrt{T(T + 2E_0)}/(T + E_0)$, pero R en realidad esta dividida por 1 GV, esto para que las unidades las lleve κ_0 cuyo valor es de $1.5 \times 10^{21} cm^2/s$.

6.1 Técnica de las diferencias finitas

Vemos que la ecuación (29) pertenece al caso especial de la siguiente ecuación diferencial:

$$A \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + B \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + C \frac{\partial U}{\partial y} + D \frac{\partial U}{\partial x} + E \frac{\partial U}{\partial x \partial y} + FU = 0 \quad (32)$$

Comparando los coeficientes de las ecuaciones (29) y (32) tenemos:

$$\begin{aligned} A &= \kappa \\ B &= 0 \\ C &= -\frac{2\alpha T v}{3r} \\ D &= v + 2\frac{\kappa}{r} + \frac{\partial \kappa}{\partial r} \\ E &= 0 \\ F &= \frac{2v}{r} \left(1 - \frac{1}{3}(\alpha + T \frac{d\alpha}{dT})\right) \end{aligned}$$

Por tanto la ecuación (29) será de la forma

$$A \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + C \frac{\partial U}{\partial y} + D \frac{\partial U}{\partial x} + FU = 0 \quad (33)$$

Solo para una explicación comprensiva del método se usara está notación con (x,y) y no con (r,T) , no debe considerarse aquí que $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$, sino mas bien $x \equiv r$ y $y \equiv T$. Gracias a la definición de la derivada parcial podemos escribir la siguiente equivalencia aproximada

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial x} &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{U(x + \Delta x, y) - U(x, y)}{\Delta x} \\ &\equiv \frac{\partial U}{\partial x} = \frac{U(i+1, j) - U(i, j)}{\Delta x} \end{aligned}$$

Pero antes veamos las condiciones iniciales y de frontera, para poder saber con cuantos puntos se desarrollarán las derivadas en x y y .

$$1. U(i, M) = U(T = 10^{13} \text{ eV})$$

La condición inicial nos dice que los rayos cósmicos de energías del orden de 10^{13} eV no son afectados por ninguno de los tres procesos físicos (difusión, convección ni deceleración), pues estos por su energía pasan de largo.

$$2. U(N, j) = U(T)$$

Esta es la condición al borde de la heliósfera, este espectro inicial se lo obtiene del capítulo 1 ecuación (1.4), donde el flujo y la densidad están relacionadas como:

$$U = \frac{4\pi J}{\omega} \quad (34)$$

donde ω es la velocidad de los rayos cósmicos que en términos de T será

$$\omega = c\sqrt{T(T + 2E_0)/(T + E_0)}.$$

$$3. U(0, j) = U(1, j) \text{ Esta es la condición cerca al Sol que nos indica que } \frac{\partial U}{\partial r} = 0, \text{ para } r \text{ en cercanías al Sol.}$$

6.2 Desarrollo en diferencias finitas

En la malla de la fig.(6) se observa que en el eje x se puede desarrollar las derivadas con tres puntos, 2 conocidos por las condiciones de borde

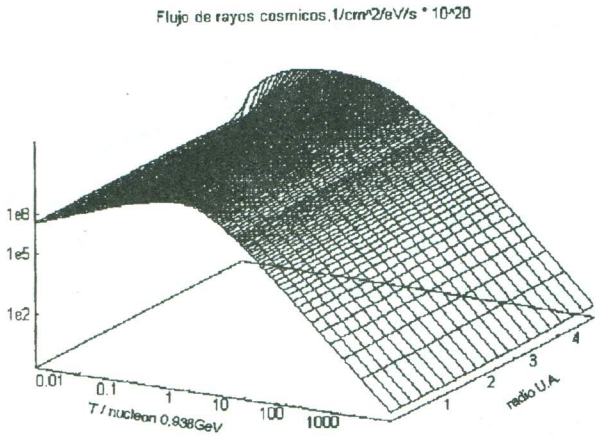


Figura 8: Solución numérica de la ecuación de Fokker-Planck, modulación de los protones

$i - 1$ y $i + 1$ y el que se trata de averiguar i . Pero en el eje y solo se pueden usar dos puntos, 1 conocido por las condiciones iniciales j y la fila que se desea averiguar $j + 1$, desarrollando lo dicho tenemos:

$$\frac{\partial U}{\partial r} = \frac{U(i+1, j) + U(i+1, j+1) - U(i-1, j) - U(i-1, j+1)}{4\Delta r}$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = \frac{U(i+1, j+1) + U(i+1, j) + U(i-1, j+1) + U(i-1, j) - 2U(i, j) - 2U(i, j+1)}{2\Delta r^2}$$

$$\frac{\partial U}{\partial T} = \frac{U(i, j+1) - U(i, j)}{\Delta T}$$

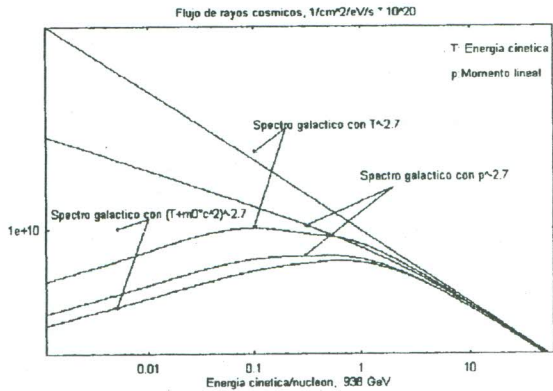


Figura 9: Espectro y modulación de los rayos cósmicos a 1 UA con la energía total, el momento y la energía cinética.

reemplazando estas derivadas en la ecuación (33) y si llamamos $U(i, j) = U_0[i]$ y $U(i, j+1) = U[i]$, $a_i = A/2\Delta r^2 - D/4\Delta r$, $b_i = E/\Delta T - A/\Delta r^2$, $c_i = A/2\Delta r^2 + D/4\Delta r$ y $d_i = -A/\Delta r^2 - E/\Delta T + F$, la ecuación que obtenemos es:

$$a_i U[i-1] + b_i U[i] + c_i U[i+1] = h_i \quad (35)$$

Si desarrollamos todos los términos $i = 1 \dots N - 1$ tenemos que:

$$\begin{aligned} a_1 U[0] + b_1 U[1] + \dots &= h_1 \\ + a_2 U[1] + \dots &= h_2 \\ \dots &= h_i \end{aligned}$$

donde tenemos un sistema de N ecuaciones lineales con N incógnitas, para hallar los valores se debe invertir la matriz con coeficientes a_i, b_i y c_i , pero en general la inversa de una matriz cuadrada $N = 300$ resulta difícil

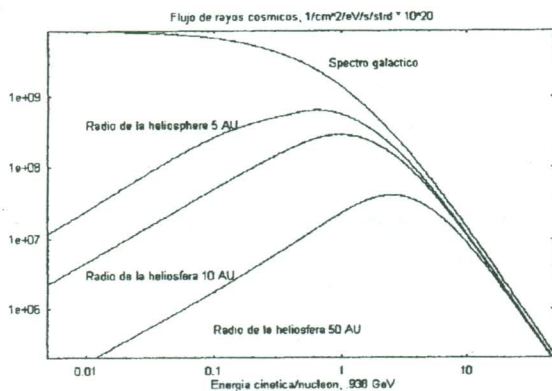


Figura 10: Modulación de los rayos cósmicos a 1 UA debido al tamaño de la heliósfera.

de hallarla, por lo cual recurriremos al método de Crank-Nicholson para hallar los valores.

6.3 Método de Crank-Nicholson

Para $i = 1$ en la ecuación (35) tendremos:

$$a_1 U[0] + b_1 U[1] + c_1 U[2] = h_1$$

Aplicando la condición 3

$$(a_1 + b_1)U[0] + c_1 U[2] = h_1$$

Si $C[1] = c_1 / (a_1 + b_1)$ y $H[1] = h_1 / (a_1 + b_1)$ entonces

$$U[0] + C[1]U[2] = H[1]$$

Pero tomando dos ecuaciones con i e $i - 1$ obtenemos que para $i \geq 2$, los

$C[i]$ y los $H[i]$ se obtienen recursivamente con las siguientes relaciones

$$C[i] = \frac{c_i}{b_i - a_i C[i - 1]}$$

$$H[i] = \frac{h_i - a_i H[i - 1]}{b_i - a_i C[i - 1]}$$

y la ecuación recursiva será

$$U[i] + C[i]U[i + 1] = H[i]$$

Para $i = N - 1$

$$U[N - 1] = H[N - 1] - C[N - 1]U[N]$$

Como ya se conoce el valor de $U[N]$, para todo j entonces se podrá conocer $N - 1$ y así de forma recursiva se hallaran los anteriores valores, por tanto se tendrán todos los $U[i]$ para $j - 1$, recuerde que se conoció este valor gracias a la fila $j = M$, entonces con la fila $j - 1$ conoceremos $j - 2$ y así sucesivamente.

7 Modulación de los rayos cósmicos

Para la figura (8) se muestra la topología general de la solución, donde el radio de la heliósfera es $R_H = 5$ UA y el eje y es el logaritmo de la energía cinética.

En la figura (9) no solo hacemos depender a $J \propto T^{-2.7}$ si no también al momento y la energía total para los

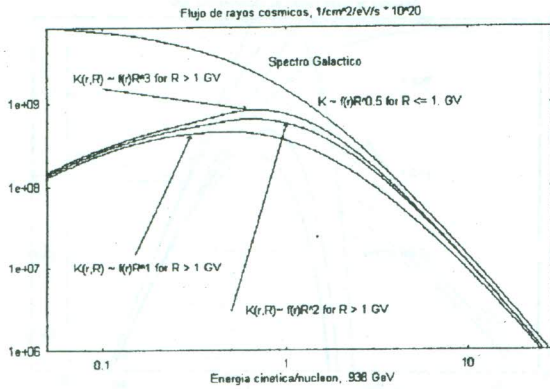


Figura 11: Efecto de modulación debido al tensor de difusión.

valores de κ dados por (30), $R_H = 5$ UA y $v = 400$ Km/s

En la figura (10) se varían el radio de la heliósfera pero con valores de v y κ de la forma anteriormente dados. En la figura (11) se cambió el valor de $\kappa = \kappa_0 \beta R^2$ que se había tomado para $R < 1$ GV, lo que se hizo fue depender no solamente proporcional al cuadrado sino también al cubo y linealmente.

En la figura (12) se varia el límite en el cual el valor de κ cambia, pero con $v = 400$ Km/s y $R_H = 5$ UA, es decir en la figura

$$\begin{aligned} \kappa &\cong \kappa_0 R^{1/2} \beta && ; R < R_0 \\ \kappa &\cong \kappa_0 R^2 \beta && ; R \geq R_0 \end{aligned}$$

7.1 Relaciones físicas

El hecho de que el espectro cambie al variar el radio de la heliósfera figura

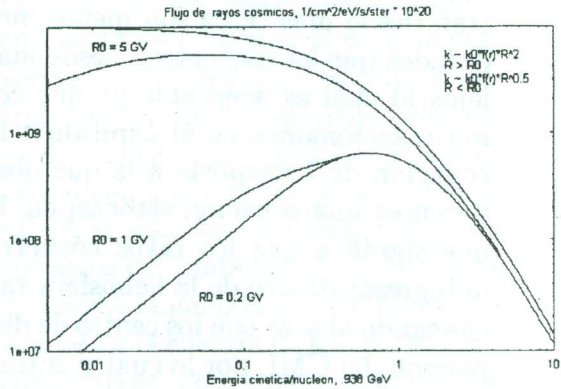


Figura 12: Efecto de modulación debido al tensor de difusión, seguimos a una unidad astronómica.

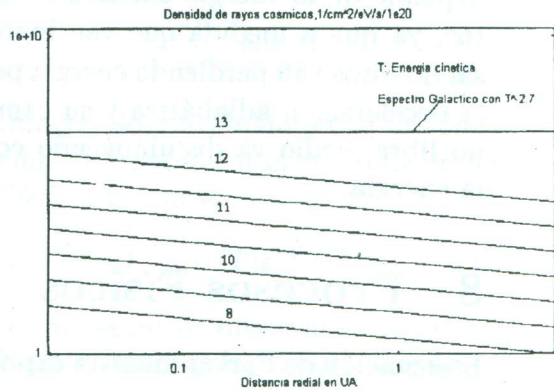


Figura 13: Gráfica de la densidad de rayos cósmicos desde 10^{13} hasta 10^8 eV en función de la distancia radial, con $R_H = 15$ UA

(10) nos dice que los rayos cósmicos que entran con una energía T ; si entran desde mas cerca son menos modulados que los que entran desde más lejos lo cual es aceptable ya que como mencionamos en el capítulo 4 la ecuación de transporte a la que obedecen es una ecuación estocástica, lo que significa que los rayos cósmicos al ingresar dentro de la heliósfera van chocando al azar con los centro de dispersion del CMI, por lo cual si entran desde lugares más lejanos es lógico pensar que la probabilidad de entrar a 1 UA disminuirá con el radio de la heliósfera.

El hecho de variar el valor del tensor de difusión implica variar el camino libre medio de los protones. El camino libre medio de los rayos cósmicos depende de la energía cinética de estos, ya que a medida que van ingresando estos van perdiendo energía por la deceleración adiabática y su camino libre medio va disminuyendo con la energía.

8 Procesos Físicos

La ecuación de Parker muestra explícitamente 3 clases de procesos físicos que ocurren en el transporte de la radiación cósmica; **difusión**, **convección** y **deceleración adiabática**, analizaremos la importancia de cada uno de estos procesos y demostraremos que la pérdida de energía de los rayos cósmi-

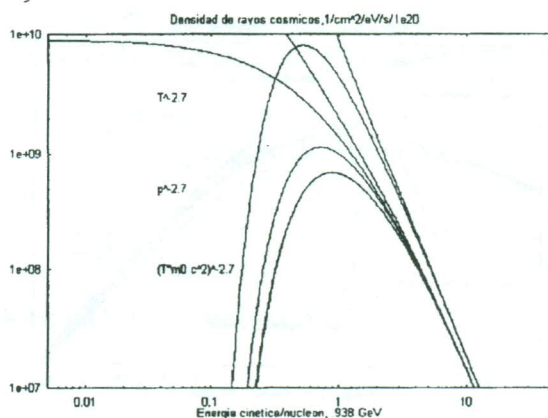


Figura 14: En la gráfica se encuentran los diferentes espectros que se uso para las condiciones de frontera y sus correspondientes modulaciones, en la gráfica inferior se hallan superpuestas la solución analítica y numérica.

cos es proporcional a la divergencia de la velocidad del viento solar.

8.1 Convección y Deceleración

La ecuación de transporte sin el término de difusión es:

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 T v(r) U) - \frac{\alpha}{3} \frac{1}{r^2 v(r)} \times \frac{\partial}{\partial r} (r^2 v(r)) \frac{\partial}{\partial T} (r^2 T v(r) U) = 0 \quad (36)$$

Y su solución es:

$$U(r, T) = \left(\frac{a}{r} \right)^{2-2\alpha/3} U \left(a, T \left(\frac{a}{r} \right)^{2-2\alpha/3} \right) \quad (37)$$

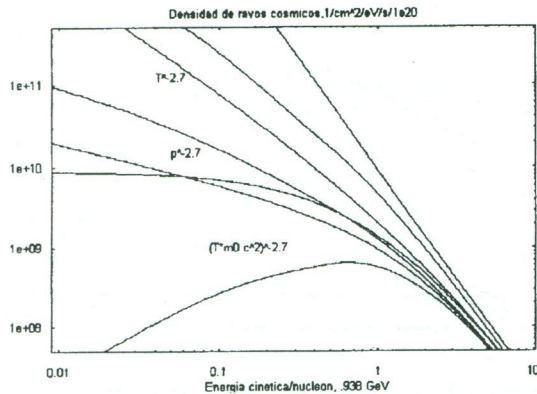


Figura 15: En la gráfica se encuentran los diferentes espectros que se utilizan para las condiciones de frontera y sus correspondientes modulaciones, las soluciones son numéricas.

La gráfica (13) de las soluciones para distintas energías, nos muestra un aumento de la densidad de rayos cósmicos a medida que ingresamos dentro de la heliósfera, esto también se verifica con un análisis en la solución analítica. Pero ¿cómo es posible que los rayos cósmicos aumenten en lugar de disminuir?. Esto se debe a que si sólo consideramos la convección y la deceleración adiabática sin tomar en cuenta el proceso de la difusión se está cometiendo un error. A medida que avanzamos en el texto nos iremos dando cuenta de la importancia del proceso de difusión en la modulación de los rayos cósmicos.

8.2 Difusión Convección

Otro fenómeno físico que interactúa con los rayos cósmicos es el de la convección. Es decir un empuje o barrido de los rayos cósmicos por parte del viento solar. Debido a la convección en una interpretación simplista, el grueso de partículas de rayos cósmicos es "empujado" en forma radial hacia la galaxia discriminando de acuerdo a la energía de los rayos cósmicos. Parker, [21], muestra soluciones analíticas para este tipo de problemas, los cuales no son difíciles de hallar.

$$\nabla \cdot (\kappa \cdot \nabla U - vU) = 0$$

en coordenadas esféricas la ecuación es simplemente

$$\frac{\partial U}{\partial r} = \frac{v}{\kappa} U$$

integrando y evaluando con la condición de frontera, a el radio de la heliósfera tenemos:

$$U(r, T) = U(T)e^{-v/\kappa(a-r)} \quad (38)$$

Como se puede observar en la gráfica (Fig.14) la modulación que ocurre para los rayos cósmicos de baja energía es rápida y comparando con las gráficas de las soluciones generales, donde se toman en cuenta los tres procesos de modulación, se puede observar que el término de la deceleración adiabática lo que hace es frenar un poco esta

modulación. Esto se debe a que este proceso toma en cuenta la pérdida de energía en cada colisión por tanto el camino libre medio va también disminuyendo lo que significa que κ se va haciendo más pequeño.

8.3 Difusión, Deceleración

El fenómeno de difusión y deceleración han sido ya discutidos en las secciones anteriores, ahora analicemos estos efectos sin tomar en cuenta el proceso de convección. La ecuación que describe estos dos fenómenos es:

$$\nabla\kappa \cdot \nabla U - \frac{1}{3} \nabla \cdot \mathbf{v} \frac{\partial}{\partial T} (TU\alpha) = 0 \quad (39)$$

desarrollando las derivadas y los términos semejantes, tenemos:

$$\begin{aligned} \kappa \frac{\partial^2 U}{\partial r^2} + \left(\frac{2k}{r} + \frac{\partial \kappa}{\partial r} \right) \frac{\partial U}{\partial r} \\ + \frac{2v}{r} \left(1 - \frac{1}{3} \left(T \frac{d\alpha}{dT} + \alpha \right) \right) U \\ - \frac{2v\alpha T}{3r} \frac{\partial U}{\partial T} = 0 \end{aligned} \quad (40)$$

Esta ecuación no puede ser resuelta analíticamente así que recurrimos al programa realizado en lenguaje "C", para poder solucionar la ecuación numéricamente. Las gráficas de las soluciones (Fig.15) nos muestran lo anteriormente dicho, de que el proceso de deceleración adiabática ayuda a los rayos cósmicos de baja energía a no ser modulados tan rápidamente.

Este análisis de la importancia de los procesos nos indica que el proceso de difusión es el principal efecto

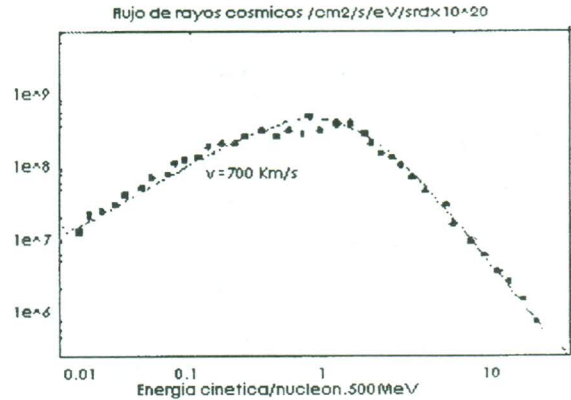


Figura 16: Este ajuste corresponde al año en que hubo el máximo de actividad solar 1957.

modulante que actúa en el movimiento de las partículas cósmicas y que el proceso de deceleración adiabática es dominante para los rayos cósmicos de baja energía.

9 Ajuste con datos de Satélite

Al ajustar los datos a cada una de las curvas nos darán los valores de los parámetros (por ejemplo los valores del coeficiente de difusión térmica, que está relacionado con el camino libre medio de las partículas, de la velocidad del viento solar) los cuales deberían asemejarse a la teoría.

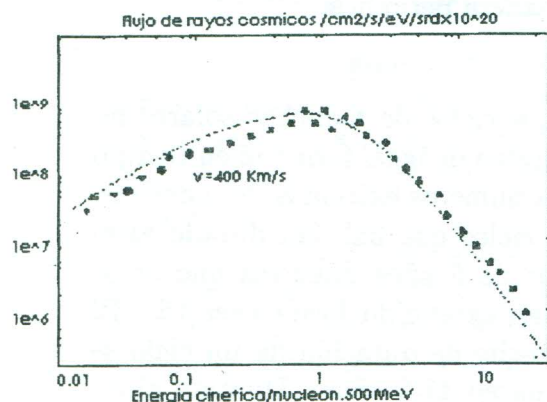


Figura 17: Este ajuste corresponde al año en que hubo el mínimo de actividad solar 1968.

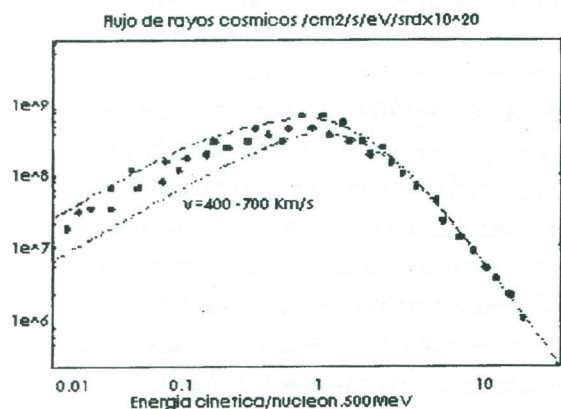


Figura 18: Este ajuste corresponde al año en que hubo el máximo de actividad solar 1980.

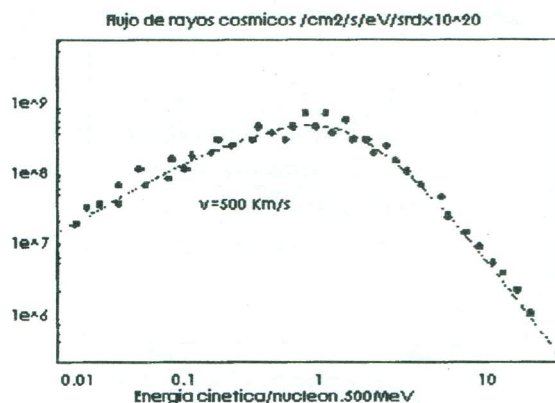


Figura 19: Este ajuste corresponde al año en que hubo el mínimo de actividad solar 1987.

9.1 Ajuste de curvas

En las figuras de los ajustes se eligió de todas (variación del radio de la heliósfera el camino libre medio de las partículas, la velocidad del viento solar) la que mejor se ajustaba. Para todos los casos los parámetros de la ecuación de Parker son los mismos que se tomó para la figura (8), solo que en cada uno de ellos se varió la velocidad del viento solar como se indica en las gráficas.

El hecho de que los datos se ajusten bien a las curvas para los casos en que se varía sólo la velocidad del viento solar es correcto ya que el Sol, aunque siempre está activo, no siempre está igual de activo. Hay épocas en que las manchas, las ráfagas las protuberancias y todas las manifestaciones de actividad solar son muy

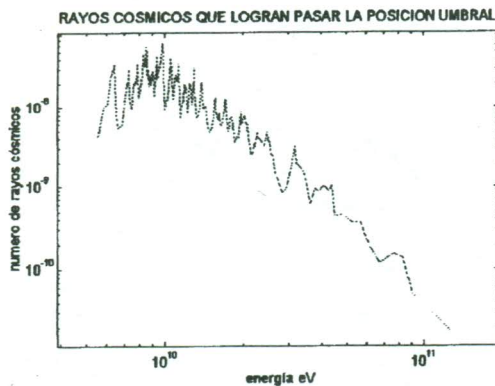


Figura 20: Es el numero de rayos cósmicos que lograron avanzar mas de 1 U.A., figura logaritmo en x y y .

numerosas y otras en las que están prácticamente ausentes. Cuando ocurre esto se habla del *Sol quieto*, mientras que en el primer caso hablamos del *Sol activo*. Cuando el Sol está activo emite plasma a grandes velocidades (mas de 700 Km/s) el cual "barre" a los rayos cósmicos y no los deja pasar, los más afectados son los rayos cósmicos de baja energía como se puede observar en la figura (18).

El Sol no pasa de quieto a activo y de activo a quieto en forma azarosa, sino que sigue un ciclo bastante regular al cual se le llama *ciclo de actividad solar* o simplemente *ciclo solar*. La característica más evidente del ciclo solar, la más fácil de registrar y de la que se tienen observaciones más antiguas es el número de manchas; fue precisamente el descubrimiento de la variación de este

número lo que constituyo la primera evidencia de que algo en el Sol varía de manera periódica.

Los ciclos de manchas solares no se repiten de igual forma ni en tiempo ni en números extremos de manchas. Hay ciclos que habrían durado alrededor de 8 años mientras que otros se han extendido hasta casi 16. El promedio de duración de un ciclo se estima en 11.2 años. Durante el ciclo, el número de manchas empieza a aumentar de un mínimo hasta un máximo en un lapso de cuatro a cinco años y después vuelve a decaer hasta un mínimo en un período de entre seis y siete años. Durante el mínimo, el Sol puede estar por completo libre de manchas aún durante semanas, aunque también es frecuente que se vean algunas pequeñas manchas durante este período. Cuando el ciclo llega a su máximo, se suelen observar varios grupos de gran tamaño conteniendo cada uno docenas de manchas. Pero también el número de manchas en el máximo varía de forma considerable habiendo ciclos que han tenido 5 ó 7 veces mas manchas en el máximo que otros ciclos menos intensos.

10 Simulación Computacional

Se realizó un programa, Montecarlo, que simulará la propagación de los rayos cósmicos a lo largo de las líneas de inducción del campo magnético interplanetario.

Por medio de una computadora puede simularse el proceso del movimiento de muchas partículas a lo largo de las líneas de inducción, cuando estas chocan con los centros de dispersión de las inhomogeneidades del campo magnético, la probabilidad de avanzar o retroceder es la misma y vale $1/2$. El camino libre medio, λ , de cada partícula depende de su energía, esto porque el camino libre medio está relacionado con el coeficiente de difusión térmica por la siguiente relación [16]

$$\kappa = \frac{1}{3} \lambda w \quad (41)$$

donde los valores que toma κ están dados en la subsección 6.1, estos valores tienen dependencia con la energía cinética de los rayos cósmicos.

Para la simulación Montecarlo, lo que se hizo fue considerar 25001 partículas que ingresan por una línea de inducción, estas a su paso van chocando con los centros y al chocar estas deciden por un sorteo seguir adelante o retroceder.

En el programa se asigna -1 a la partícula que no avanzó cuando chocó con el centro de dispersión y $+1$ caso

contrario. Para saber la distancia que la partícula avanzó se suman todos los $+1$ y -1 y se multiplica por el camino libre medio que posee la partícula. Como se puede observar la figura (8) tiene la misma topología que las soluciones a la ecuación diferencial de Parker.

11 Conclusiones

Los datos obtenidos por el Mariner II; para la velocidad del viento solar, confirmaron que el valor promedio, precedido al resolver las ecuaciones de la magnetohidrodinámica, es de 400 km/s^2 .

Las fluctuaciones alrededor de este promedio confirman la existencia de centros de dispersión de las inhomogeneidades del CMI. Como se vio las líneas de inducción del CMI (para la aproximación de Parker) son espirales, lo que significa que hay una componente perpendicular a la velocidad radial del viento solar, pero como el viento tiene fluctuaciones entonces las líneas de campo se comportarían como una bandera frente al viento, pero no solo "flamearían" en un lugar si no que debido a su componente paralela estos centros viajarían juntamente con el plasma.

La estructura sectorial del campo

²cuando el Sol se encuentra en un mínimo de actividad solar

magnético interplanetario provocara movimientos de deriva a partículas galácticas; como los rayos cósmicos, que intentan ingresar dentro de la heliósfera ya que debido a su energía ellos definirán su radio de giro, lo cual nos indicara si la partícula avanzara a lo largo de las líneas de campo o entre dos líneas de campo de sentido opuesto, lo cual les dará el movimiento de deriva. Esta propiedad es muy importante en el análisis del tensor de difusión para la modulación de la intensidad de los rayos cósmicos galácticos.

Los datos del satélite confirmaron la importancia del ciclo solar en la modulación de rayos cósmicos, al introducir grandes velocidades del viento solar en las ecuaciones, que fueron resueltas numéricamente, era como simular el ciclo solar y es por eso que se ajusto los datos del satélite a estas curvas.

Referencias

- [1] A. I. Ajjeze, S. V. Peletminski, Métodos de la física estadística, Editorial Mir 1981
- [2] R. Balescu, Transport Processes in Plasmas, (2 vols), North Holland, Amsterdam, 1988
- [3] Bowen y Millikan, Phys, Rev, XLIII, 1933, 695
- [4] Bowen, Millikan y Neher, ibid, XLVI, 1934, 641
- [5] Bravo S. y G. A. Stewart, 1996, J. Geophys. Res., 9, 195
- [6] Bravo S., Plasma en todas partes, FCE colección la ciencia desde México, num 126, 1993
- [7] Bravo S., Encuentro con una estrella, FCE colección la ciencia desde México, num 38, 1987
- [8] T. Carleman, Problemes mathématiques dans la theorie des gaz. (Urzaba), 1957.
- [9] S. Chandrasekhar, Stochastic Problems of Physics and Astronomy. Rev. Mod. Phys. 15, n°1, I-89 (Jan. 1943)
- [10] Dessler, A. J., 1967, Rev, Geophys
- [11] Fermi E., 1949, Phys. Rev., 75, 1169.
- [12] Forrest I. Boley, Plasma en el laboratorio y en el Cosmos, Reverte, 1968
- [13] D. A. Frank Kamenetski. El plasma, cuarto estado de la materia, Mir, 1970
- [14] V. L. Ginzburg y S. I. Syrobitsky, Journal of Theoretical Physics (suplement) 20, p. 1, 1961.

- [15] Gleeson L. J. et al., 1967, *Astrophys. J.*, **149** L115
- [16] J. R. Jokipii, 1971, *Rev. Geophys. Space Phys.* **9**, 27.
- [17] A. A. Krasovskii, *Espacio fásico y teoría estadística de los procesos no equilibrados en el plasma*, 1964
- [18] M. A. Leontovich, *Física estadística*, 1944
- [19] Martinic N. J., *Solar Modulation of Galactic Particles*, Almqvist, Stockholm.
- [20] Millikan, R. A., *Electrones (+ y -), Protones, Fotones, Neutrones y Rayos cósmicos* Espasa-Calpe Argentina S.A., 1944
- [21] E. N. Parker 1965, *Planet. Space Sci.*, **13**, 9.
- [22] E. N. Parker 1966, *Planet. Space Sci.*, **14**, 371.
- [23] Sturrock, P. A. , *Astrofísica del Plasma*, Academic Press, 1967
- [24] K.L.Burgoa, *Tesis de grado: Transporte de Rayos Cósmicos en la Heliósfera*, I.I.F. La Paz Bolivia 1998